

UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL



Metodologias de Estimação de Provisões para Sinistros do Ramo Não Vida

Mestrado em Matemática Aplicada à Economia e Gestão

Daniela Sofia Marques da Costa

Trabalho de Projeto orientado por:
Maria Isabel Frade Barão

Agradecimentos

À minha orientadora, Prof. Dra. Maria Isabel Barão, por todo o apoio, disponibilidade, conselhos e recomendações prestadas para a realização do presente projeto.

À minha colega Ana Cristina Praxedes pela documentação disponibilizada, assim como os valiosos conselhos e recomendações.

À minha família, por toda a paciência, pelas palavras de incentivo e pelo apoio incondicional que sempre me deram em todos os momentos da minha vida.

Um especial agradecimento ao meu namorado pelo apoio e disponibilidade demonstrada na elaboração deste projeto.

Por fim, agradeço a todos aqueles que não mencionei mas que também contribuíram para a realização deste projeto.

Resumo

Atendendo à situação atual económica e dada a instabilidade dos mercados financeiros nos últimos tempos, tornou-se extremamente importante garantir uma gestão qualificada e adequada das instituições financeiras, assim como das seguradoras. Por tal, a nível da comunidade europeia, estão a ser implementados alguns conjuntos de procedimentos, neste tipo de instituições, para salvaguardar eventos futuros, tais como o Solvência II e o Basileia II.

Para uma companhia de seguros é de extrema importância o cálculo e a manutenção das provisões técnicas, principalmente as provisões para sinistros, dado que existe a necessidade de garantir o cumprimento dos compromissos assumidos com os clientes, através dos contratos de seguros.

No conjunto das provisões técnicas, são as provisões para sinistros as que apresentam maior dimensão e por consequência maior impacto a nível económico. Por tal, exigem uma análise minuciosa e adequada por parte dos atuários, para que seja exequível caucionar o pagamento de qualquer possível sinistro, que venha a ocorrer.

Neste trabalho será apresentada uma breve exposição sobre a história dos seguros em Portugal assim como alguns dos principais indicadores da atividade seguradora, com recurso a informação divulgada pela Autoridade de supervisão da atividade seguradora e de fundos de pensões em Portugal, no relatório da atividade seguradora emitido no ano 2014.

O ramo automóvel foi escolhido para servir de exemplo numérico na componente prática deste estudo, visto que, de todos os ramos não vida, este apresenta-se como o de maior dimensão, a nível de produção.

Seguidamente, e dado o objetivo deste projeto, são apresentados alguns dos conceitos mais importantes na área de seguros não vida, assim como as metodologias de cálculo de provisão para sinistros, recorrendo à aplicação de alguns dos métodos mais conhecidos e utilizados, o determinístico *Chain Ladder* e os estocásticos *Thomas Mack* e *Bootstrap*.

Posteriormente serão analisados e comparados os vários resultados obtidos por todos os métodos.

Palavras-chave

Bootstrap; Chain Ladder; Provisões para sinistros; Matrizes run-off; Thomas Mack;

Abstract

Given the economic situation and the current instability of financial markets in recent times, it has become extremely important to ensure a qualified and proper management of financial institutions and insurance companies. Thus, to safeguard future events, the European Union is implementing, to this type of institution, some sets of procedures and directives such as Solvency II and Basel II.

For an insurance company it is extremely important the estimation and maintenance of technical provisions. This is particularly relevant in provisions for claims as there is the need to ensure compliance with the commitments made to customers, through insurance contracts.

Of all technical provisions, the ones related to claims are those with larger and therefore greater economic impact. As such they require actuaries to conduct a thorough and adequate analysis so that it is feasible to endorse payment of any claim that may occur.

Resorting to the 2014 insurance activity report issued by the Autoridade de supervisão da atividade seguradora e de fundos de pensões em Portugal, it will be presented, in this thesis, a brief exposure of the insurance history in Portugal, the non-life and its main features, as well as some of the its main indicators for the insurance business.

The automotive industry was chosen to serve as a numerical example in the practical component of this study due to the fact that of all the non-life branches, this one represents the largest dimension in terms of production.

Next, as is the objective of this thesis, are presented some of the methodologies used for claims provisioning by applying some of the most known and used methods, the deterministic Chain Ladder and Stochastic Thomas Mack and Bootstrap.

Results arising from the application of both methods will be subsequently analyzed and compared.

Keywords

Bootstrap; Chain Ladder; claims provision; run-off matrices; Thomas Mack;

Índice

Índice de Tabelas	VI
Índice de Figuras.....	VIII
Glossário	IX
Introdução.....	1
1. Contextualização	3
1.1 Breve História dos Seguros	3
1.2 Seguros Ramo Não Vida e Vida	4
1.3 O Atuário	5
1.4 Mercado de Seguros em Portugal	6
1.5 Ramo Automóvel	8
1.6 Solvência II.....	10
1.7 Provisões técnicas - Ramo Não Vida	11
1.8 Provisão para sinistros	12
1.9 Processo de sinistro	13
1.10 Inflação	14
2. Métodos de estimação - Abordagem Teórica	17
2.1 Tipo de dados em estudo.....	17
2.2 Cauda ou <i>Ultimate</i>	18
2.3 Método <i>Chain Ladder</i>	19
2.4 <i>Thomas Mack</i>	20
2.5 <i>Bootstrap</i>	26
3. Métodos de estimação - Aplicação Prática	31
3.1 Método de <i>Chain Ladder</i>	31
3.2 Método de <i>Thomas Mack</i>	34
3.3 Método de <i>Bootstrap</i>	39
3.4 Aplicação da Taxa de Inflação	44
4. Discussão de Resultados.....	47
4.1 Comparação de resultados com a reserva contabilística da seguradora	47
4.2 Comparação de resultados dos métodos	49
4.3 Comparação de resultados sem e com inflação.....	50

5. Conclusões	53
6. Bibliografia	55
7. Anexos	57
7.1 Matriz de montantes pagos ramo automóvel - acumulada.....	57
7.2 Ajustamento dos dados aos fatores de desenvolvimento	58
7.3 Resíduos ponderados – 3º pressuposto do método de <i>Thomas Mack</i>	59
7.4 Resultados finais –Fatores de desenvolvimento e respetivo erro padrão, obtido com base no método de <i>Thomas Mack</i>	60

Índice de Tabelas

Tabela 1.1 - Empresas de seguros - Estrutura do mercado português.....	6
Tabela 1.2 - Produção* de seguro direto em Portugal por ramos – Mercado (em milhares de euros) ..	7
Tabela 1.3 - Distribuição dos prémios de seguro direto por canais de distribuição (2014).....	8
Tabela 1.4 - Informação geral Seguro direto – Automóvel	9
Tabela 1.5 – Provisões técnicas (milhares de euros) – Automóvel 2014.....	9
Tabela 1.6 – Provisões técnicas – Ramo Não vida -2014 (em milhares de euros).....	12
Tabela 2.1 – Estrutura incremental da Matriz <i>run - off</i>	18
Tabela 3.1 – Matriz de Montantes pagos estrutura incremental – Ramo Automóvel – Danos Materiais.....	31
Tabela 3.2 – Matriz de Montantes pagos estrutura acumulada – Ramo Automóvel – Danos Materiais	32
Tabela 3.3 – Fatores de desenvolvimento acumulados	32
Tabela 3.4 – Matriz incremental com os resultados obtidos para o ramo automóvel – danos materiais	33
Tabela 3.5 – Reserva necessária calcula pelo método <i>Chain Ladder</i>	34
Tabela 3.6 – Matriz de fatores individuais de desenvolvimento	35
Tabela 3.7 – Número de ordem $C_{i,k} + 1 / C_{i,k} - r_{i,k}$	35
Tabela 3.8 – Números de ordem $C_{i,k} + 1 / C_{i,k} - s_{i,k}$	36
Tabela 3.10 - Conjunto a que pertence $C_{i,k} + 1 / C_{i,k}$	37
Tabela 3.11 – Momentos das variáveis Z_j e Z	37
Tabela 3.12 – Estimativas de σ^2_k e de $EQM(f_k)$	38
Tabela 3.13 – Resultados da aplicação do modelo de <i>Thomas Mack</i>	38
Tabela 3.14 – Intervalo de Confiança 95% - <i>Thomas Mack</i>	39
Tabela 3.15 - Matriz de pagamentos ajustada - acumulada.....	40
Tabela 3.16 – Resíduos de <i>Pearson</i> não corrigidos.....	40
Tabela 3.17 – Exemplo de uma possível seleção aleatória de Resíduos	42
Tabela 3.18 – Exemplo de uma Matriz de pseudo – dados	42
Tabela 3.19 - Fatores de desenvolvimento da matriz exemplo de pseudo-dados	43

Tabela 3.20 – Resultados obtidos com a aplicação do método <i>Bootstrap</i>	43
Tabela 3.21 – Intervalo de Confiança 95% - Método <i>Bootstrap</i>	43
Tabela 3.23 – Matriz de Montantes pagos estrutura acumulada com inflação – Ramo Automóvel – Danos Materiais	45
Tabela 3.24 – Resultados da aplicação dos métodos <i>Chain Ladder</i> , <i>Thomas Mack</i> e <i>Bootstrap</i> com inflação passada.	45
Tabela 3.24 – <i>Cash flows</i> dos métodos <i>Chain Ladder</i> , <i>Thomas Mack</i> e <i>Bootstrap</i> com aplicação da inflação futura.....	46
Tabela 4.1 – Reserva estimada com a aplicação do modelo de <i>Chain Ladder</i> e reserva contabilística	47
Tabela 4.2 – Reserva estimada com a aplicação do modelo de <i>Thomas Mack</i> e reserva contabilística	48
Tabela 4.3 – Reserva estimada com a aplicação do modelo de <i>Bootstrap</i> e provisão contabilística..	48
Tabela 4.4 – Comparação de várias metodologias.....	489
Tabela 4.5 – Comparação de várias metodologias sem e com inflação.....	50

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Distribuição das Provisões técnicas (2014). Fonte: ASF.....	12
Figura 1.2 – Representação temporal de um processo de sinistro. Fonte: Borginho (2001).....	13
Figura 1.3 – Inflação em Portugal.....	15
Figura 2.1 - Técnica de <i>Bootstrap</i> – Aplicação às Provisões para Sinistros. (Fonte: Pinheiro (1999)).	28
Figura 3.1 - Gráfico de Resíduos por Ano de Desenvolvimento.....	41
Figura 3.2 - Gráfico de Resíduos por Ano de Ocorrência.....	41

Glossário

Apólice de seguro- Documento que contém as condições do contrato de seguro acordadas pelas partes e que incluem as condições gerais, especiais e particulares.

ASF - Autoridade de supervisão da atividade seguradora e de fundos de pensões em Portugal.

Atuário- Técnico especializado na aplicação de cálculos estatísticos e matemáticos a operações financeiras no domínio dos seguros e fundos de pensões.

Atuário responsável - Atuário certificado pelo Autoridade de supervisão da atividade seguradora e de fundos de pensões em Portugal que assume a responsabilidade pela certificação de determinados elementos de natureza financeira e prudencial no âmbito da atividade seguradora e fundos de pensões.

Avaliação atuarial - Estudo efetuado por um especialista na aplicação de metodologias atuariais, que pretende determinar as responsabilidades associadas a seguros ou planos de pensões.

Capital Seguro – Valor máximo que o segurador paga em caso de sinistro, mesmo que o prejuízo seja superior. Este valor é, normalmente, definido nas condições particulares da apólice.

Cash Flow - Trata-se de um conceito financeiro referente a um determinado montante de dinheiro (fluxo de dinheiro) que é recebido e/ou pago por uma empresa negócio durante um determinado período.

Companhia de seguros – Entidade legalmente autorizada a exercer a atividade seguradora e que subscreve, com o tomador de seguro, o contrato de seguro.

Contrato de seguro - Contrato através do qual o segurador assume a cobertura de determinados riscos, comprometendo-se a satisfazer as indemnizações ou a pagar o capital seguro em caso de ocorrência do sinistro, nos termos acordados. Em contrapartida, o tomador do seguro obriga-se a pagar o prémio correspondente.

Dano - Prejuízo sofrido por alguém. O dano pode ser causado por perda, destruição, avaria de bens ou por lesão que afete a saúde física ou mental de uma pessoa.

Dano corporal - Dano relativo a vida, a saúde ou a integridade física de uma pessoa.

Dano material - Prejuízo causado a bens materiais, créditos e quaisquer outros direitos patrimoniais.

Estorno de prêmio - Devolução, ao tomador do seguro, de uma parte do prêmio já pago, nomeadamente no caso do contrato de seguro cessar antes do seu termo.

Indemnização - Prestação devida pelo segurador para reparar um dano resultante de uma situação coberta pela apólice. A indemnização pode ser:

- A reparação de um bem (por exemplo o arranjo de um automóvel);
- A substituição de um bem por outro ou o pagamento do seu valor em dinheiro;
- Um valor definido no contrato (por exemplo, um valor por cada dia em que não foi possível usar o automóvel);
- Uma renda ou pensão.

Participação de sinistro - Comunicação, pelo tomador do seguro, segurado ou beneficiário ao segurador, sobre a ocorrência de um sinistro, no âmbito do contrato de seguro. A participação deve conter todas as informações importantes para a análise e avaliação do sinistro, nomeadamente, indicar as causas, a data e o local do acontecimento e os prejuízos sofridos.

Pessoa segura - Pessoa cuja vida, saúde ou integridade física se segura.

Prémio - Valor total, incluindo taxas e impostos, que o tomador do seguro deve pagar ao segurador pelo seguro.

Provisões técnicas - Montante que a empresa de seguros deve contabilizar e financiar adequadamente e ser suficiente para fazer face às responsabilidades resultantes dos contratos de seguro.

Ramo de seguro - Classificação legal dos seguros, de acordo com a sua natureza. Por exemplo, ramo Vida e ramos não Vida (ramo doença, ramo incêndio e elementos da natureza, ramo responsabilidade civil geral, etc.).

Regularização de sinistro - Conjunto de processos, a cargo do segurador, com o propósito de:

- Confirmar a ocorrência de um sinistro;
- Analisar as suas causas, circunstâncias e consequências;
- Decidir entre reparar os danos ou compensar os prejuízos resultantes do sinistro;
- Decidir o valor da indemnização ou prestação, se aplicável.

Resseguro – Operação em que uma empresa de seguros transfere parte dos riscos que assume para outra entidade.

Risco - Incerteza associada a um acontecimento futuro, seja quanto à sua verificação ao momento da mesma e aos danos dele decorrente.

Segurado - Pessoa ou entidade no interesse da qual é feito o contrato de seguro ou pessoa cuja vida, saúde ou integridade física se segura (pessoa segura).

Seguro automóvel - Contrato através do qual o segurador cobre os riscos a que estão expostos os veículos terrestres a motor (automóveis, motociclos, etc.), incluindo a responsabilidade civil decorrente da respetiva circulação, bem como coberturas facultativas, tais como danos próprios, assistência em viagem e proteção jurídica.

Sinistro - Evento ou série de eventos que resultam de uma mesma causa e que são suscetíveis de acionar a cobertura do risco prevista no contrato.

Tomador do seguro - Pessoa que celebra o contrato de seguro com a empresa de seguros, sendo responsável pelo pagamento do prémio.

Introdução

Atendendo à situação atual económica e dada a instabilidade dos mercados financeiros nos últimos tempos, não só em Portugal como a nível mundial, tornou-se extremamente importante garantir uma gestão qualificada e adequada das instituições financeiras, em particular as seguradoras.

Uma apólice de seguro representa um contrato celebrado entre duas partes, ou seja, entre o segurado e a seguradora. Para tal, o segurado paga um montante previamente estabelecido (prémio) e em troca a seguradora indemniza o segurado caso ocorram determinados eventos (sinistros) estipulados no contrato. Por exemplo, se existe uma apólice em que o objeto de seguro é a habitação a salvaguardar contra eventos da natureza, então caso ocorram danos provocados por um temporal, caberá à seguradora indemnizar o segurado.

No ramo não vida, as provisões para sinistros são as que apresentam maior relevância, logo exigem uma análise atuarial detalhada e apropriada, para caucionar o pagamento de qualquer possível sinistro que venha a ocorrer, que seja da responsabilidade da seguradora.

O ramo automóvel é, de todos os ramos não vida, o que apresenta maior dimensão, a nível de produção, por tal foi o escolhido para servir de exemplo neste estudo.

Para a autora deste trabalho foi extremamente importante realizar o projeto de mestrado nesta área, dado que está diretamente relacionado com a sua profissão. A utilização de vários *softwares* no seu dia-a-dia permite uma maior capacidade de resposta e facilidade de trabalho, mas contudo ficava em falta a componente teórica e a componente prática (passo a passo) dos métodos utilizados e é neste sentido que este trabalho vem contribuir para um maior entendimento dos mesmos.

Assim o objetivo deste trabalho é dar a conhecer um pouco da atividade seguradora e de algumas das práticas associadas às provisões para sinistros, com especial enfoque nos métodos de cálculo de provisões para sinistros, nomeadamente *Chain Ladder*, *Thomas Mack* e *Bootstrap*, e fazer a comparação dos seus resultados com base num exemplo numérico.

O trabalho está organizado da seguinte forma:

- No primeiro capítulo proceder-se-á à apresentação de alguns conceitos importantes da atividade seguradora, assim como um breve resumo da história de seguros em Portugal. Inclui também uma análise mais pormenorizada de um dos maiores ramos não vida, o ramo automóvel, que vai ser utilizado como exemplo na aplicação dos métodos estudados.

- No segundo capítulo será feita uma abordagem teórica de todas as metodologias em estudo, começando pelo *Chain Ladder* e seguidamente os métodos *Thomas Mack* e *Bootstrap*.
- O terceiro capítulo contém a aplicação prática dos métodos apresentados no capítulo anterior, em que é feita a implementação, análise e interpretação dos resultados obtidos.
- No quarto capítulo são apresentadas as comparações de resultados entre métodos, assim como o impacto da inclusão ou não da taxa de inflação.
- O quinto capítulo contém as várias conclusões retiradas da elaboração deste trabalho de projeto.
- Por fim, antes dos anexos, no sexto capítulo encontram-se as referências bibliográficas que serviram de apoio à elaboração deste trabalho.

1. Contextualização

1.1 Breve História dos Seguros

Não existe uma data em concreto, nem local de onde veio a ideia de seguro, mas pressupõe-se que teve início na época de AC (antes de cristo). Na verdade, este conceito esteve sempre presente, dado que, desde sempre, o Homem teve a necessidade de controlar o risco (evento/acidente/incerto).

Em Portugal, de acordo com a informação disponível, uma das primeiras formas de seguro, como a conhecemos nos dias de hoje, surgiu durante o reinado de D. Dinis I (com o cognome "O Lavrador") em 1293. Nessa altura, já havia circulação comercial por via marítima e eram realizados acordos com os mercadores em que, por meio do pagamento de uma determinada quantia (prémio), se salvaguardavam eventuais perdas (sinistros) dos navios e mercadorias.

No ano de 1383, no reinado de D. Fernando I, é publicada a primeira Lei Nacional de Seguros associada aos riscos marítimos, tratava-se de uma mútua para seguros de navios de grandes cargas. Por largos anos o seguro é restringido a riscos marítimos, envolvendo os navios e as matérias transportadas.

Só mais tarde em 1791 é que é criada a primeira Companhia de Seguros Portuguesa a "Permanente de Seguros em Lisboa", que foi fundada com um capital inicial de 60 contos de réis (120€ na moeda de hoje, sem ter em conta a inflação). No ano seguinte, são fundadas mais quatro companhias, todas elas sediadas em Lisboa.

Durante muitos anos a mediação em Portugal, até finais da década de 70 (século XX), não apresentava legislação nem estatuto próprio. Podia ser mesmo considerada uma atividade muito pouco profissional, dado que até mesmo a nível da exigência em relação aos profissionais de seguros esta se resumia a saber ler e escrever, sem a necessidade de habilitação académica específica.

Já na época dos anos 80 (século XX) é criada a Associação Portuguesa de Seguradores (APS) e o organismo que tutela e supervisiona os seguros em Portugal, é designado por Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões (ASF). Este tipo de organismos veio permitir um maior controlo e organização na atividade seguradora, obrigando a um crescimento neste sector.

A última década do século XX foi caracterizada pelo surgimento das chamadas seguradoras *low cost* (exemplo: NSeguros, Direct e outras) que permitem substituir o atendimento presencial numa agência de seguros pelo atendimento via telefone ou internet. Este tipo de seguradoras, por norma,

fazem parte de outras seguradoras com grande quota-parte do mercado, por exemplo a Seguro Direct pertence ao grupo Ageas e a Ok Teleseguros pertence ao grupo Fidelidade.

Nos últimos anos a atividade seguradora tem tentado acompanhar a evolução tecnológica, tal tem permitindo criar seguros cada vez mais adequados às necessidades de hoje em dia. O cliente também beneficia deste tipo de evolução, dado que existe uma maior facilidade em mudar de companhia de seguros e consequentemente uma competitividade entre as seguradoras, o que gera valores de prémios mais baixos.

1.2 Seguros Ramo Não Vida e Vida

O ramo não vida, por norma, é constituído por todo o tipo de seguros com a exceção dos seguros de vida. Esta distinção na atividade seguradora, entre ramo não vida e ramo vida, deve-se ao facto de os seguros de vida terem uma estrutura e modelação bastante diferente dos seguros não vida (exemplo: termo do contrato, tipologia dos sinistros, metodologias de cálculo e outros). Para além disso, em vários países, a nível legal existe diferença entre vida e não vida, ao ponto que as empresas que possuem apenas a licença para seguros do ramo vida não podem comercializar produtos de seguro do ramo não vida.

As linhas de negócio pertencentes a cada grupo, vida e não vida, são as seguintes:

Seguros do ramo vida:

- Seguros de vida (individual e grupo)
- Seguros financeiros: seguro de capitalização e planos de poupança reforma.

Seguros do ramo não vida:

- Automóvel – Responsabilidade civil e outros danos;
- Responsabilidade civil Geral;
- Crédito;
- Caução;
- Proteção Jurídica;
- Assistência;
- Seguro de doença;
- Marítimo e Transportes;
- Aéreo
- Incêndio e Outros Danos;
- Acidentes de Trabalho;
- Acidentes Pessoais;
- Diversos.

Fica ao critério de cada companhia a prática das várias opções de seguros, mediante a licença de comercialização dos mesmos, assim como a designação e as especificações de cada seguro (produto) podem variar entre seguradoras.

1.3 O Atuário

O Atuário é o termo dado aos técnicos especializados na aplicação de cálculos e metodologias estatísticas e matemáticas a operações financeiras no domínio dos seguros e fundos de pensões.

Nas seguradoras as funções de um atuário ramo não vida, estão em parte relacionadas com a solvência (capacidade da empresa cumprir os seus compromissos, medido através da relação ativo/passivo) das instituições para as quais trabalham.

Algumas das funções executadas pelo atuário são as seguintes:

- Certificação da adequabilidade e suficiência das provisões técnicas – com base em modelos estatísticos, é efetuada uma avaliação global das provisões por forma a avaliar a sua suficiência;
- Elaboração de relatórios atuariais, que são exigidos pela autoridade de supervisão;
- Elaboração de relatórios atuariais intercalares para os ramos mais importantes, para a administração da empresa;
- Tratamento de informação de suporte para auditoria externa;
- Desenho de produtos assim como toda a análise inerente ao mesmo, custos das responsabilidades, prémio, custos de gestão, emissão de apólices, comissões, gestão de sinistros, lucro da seguradora entre outros;
- Quantificação dos custos com sinistros – Quando ocorre um sinistro, o gestor tem que lhe atribuir um determinado custo, que está pré definido conforme as suas características. Estamos a falar de um custo sinistro a sinistro. O atuário em colaboração com o gestor, determina esse custo médio;
- Apoio na definição dos programas de resseguro – conforme os riscos assumidos pela seguradora, o atuário colabora na definição dos contratos de resseguro a realizar.

As funções atribuídas a cada atuário podem variar entre instituições e áreas em específico em que está alocado, mas regra geral são as que estão acima expostas. Uma das distinções mais usuais é entre atuário ramo vida e o atuário ramo não vida, pois as técnicas e conhecimentos usados são muito diferentes. Por exemplo, um atuário do ramo vida trabalha com tábuas de mortalidade (tabelas utilizadas para analisar a probabilidade de morte e sobrevivência em função da idade, para uma determinada população) para o cálculo do prémio, já o atuário não vida utiliza dados estatísticos.

1.4 Mercado de Seguros em Portugal

Para uma maior compreensão da dimensão e da importância da área de seguros em Portugal, são apresentados alguns dos principais indicadores da atividade seguradora, com recurso à informação pública da ASF relativamente ao ano de 2014.

De acordo com a informação obtida e exposta na tabela abaixo, a atividade seguradora em Portugal em 2014 é composta por 79 empresas de seguros, sendo que em comparação com o ano anterior (2013) registou-se a entrada de 3 empresas e a saída de uma sucursal.

Tabela 1.1 Empresas de seguros - Estrutura do mercado português

	Ano			
	2011	2012	2013	2014
Empresas de Seguros	79	79	77	79
Sob supervisão prudencial do ISP (atual ASF)	45	43	42	45
Vida	14	14	14	16
Não Vida	22	21	21	23
Mistas	8	7	6	5
Resseguro	1	1	1	1
Sucursais da União Europeia	34	36	35	34
Vida	6	6	5	5
Não Vida	24	25	24	23
Mistas	4	5	6	6

Fonte: ASF

Tal como referido no ponto anterior (1.2), no negócio da atividade seguradora existe uma divisão nos seguros, de acordo com o tipo de natureza dos bens a segurar, Vida e Não Vida. Na Tabela 1.1, é possível ver essa distinção em termos do número de seguradoras, as que oferecem os dois tipos de ramos são designadas por mistas. Tanto a nível de Seguradoras em Portugal como nas suas sucursais na União Europeia, existe um maior número de empresas do ramo Não Vida. Ao longo dos 4 anos em análise não existiram grandes oscilações quer no número de empresas quer na sua distribuição por ramo de negócio.

Tabela 1.2 - Produção* de seguro direto em Portugal por ramos – Mercado (em milhares de euros)

	Ano			
	2011	2012	2013	2014**
Vida	7 536 092	6 922 395	9 248 442	10 439 213
Seguro de Vida	5 503 533	4 818 597	7 313 883	8 400 896
Seguros Ligados a Fundos de Investimento	2 032 402	1 954 212	1 930 232	2 031 127
Operações de Capitalização	157	149 586	4 328	7 190
Não Vida	4 109 651	3 982 769	3 855 467	3 852 426
Acidentes e Doença	1 304 508	1 260 938	1 232 461	1 259 356
Acidentes de trabalho	621 934	555 812	511 158	515 942
Doença	536 248	551 482	570 554	589 169
Acidentes (outros)	146 326	153 645	150 749	154 245
Incêndio e Outros Danos	768 712	766 784	760 331	751 371
Automóvel	1 658 951	1 569 213	1 478 230	1 448 547
Marítimo e Transportes	27 115	31 984	31 611	28 352
Aéreo	11 377	8 245	7 326	5 968
Mercadorias Transportadas	26 401	24 931	24 677	23 533
Responsabilidade Civil Geral	114 061	113 854	106 324	108 061
Diversos	198 527	206 819	214 508	227 238
Total	11 645 743	10 905 164	13 103 909	14 291 639

* Inclui prémios brutos emitidos de contratos de seguro e receita processada de contratos de investimento e de prestação de serviço.

** Valores provisórios.

Fonte: ASF

Pela Tabela 1.2, a produção de seguro direto (ou seja, sem incluir valores referentes a resseguro) em Portugal, no seu conjunto (Vida e Não Vida) ascendeu em 2014, em termos de valores provisórios, a cerca de 14,3 mil milhões de euros, sendo que 73% deste valor é relativo ao ramo vida.

O ramo Vida, tem apresentado, a partir de 2012, variações positivas em comparação com anos anteriores, mas o mesmo não se verifica no ramo Não Vida.

No segmento Não Vida, a queda verificada a nível de produção de seguro direto é influenciada significativamente pelo decréscimo do volume de prémio das duas maiores linhas de negócio deste ramo, acidentes de trabalho e automóvel. A contrariar esta tendência temos os seguros de Doença e Diversos, que tem revelado nos últimos anos um crescimento proporcionado principalmente por uma maior aceitação e procura deste género de seguros. O que revela assim a crescente preocupação dos consumidores em protegerem-se destes tipos de riscos.

O ramo Diversos, tal como o nome indica, é constituído por vários tipos de seguros em que as suas características não se enquadram nas restantes categoria, como por exemplo perdas de exploração e perdas pecuniárias.

Tabela 1.3- Distribuição dos prémios de seguro direto por canais de distribuição (2014).

Ramos	Mediadores		Venda Direta		
	Bancos	Outros	Balcões	Telefone/Internet	Outros
Vida (Excluindo PPR)	67,60%	29,00%	3,20%	0,00%	0,20%
PPR	69,50%	26,70%	3,70%	0,00%	0,00%
Acidentes e Doença	17,40%	74,50%	7,30%	0,10%	0,70%
Acidentes de Trabalho	3,60%	88,40%	7,00%	0,00%	1,00%
Doença	29,00%	62,50%	7,90%	0,20%	0,40%
Incêndio e Outros Danos	18,00%	73,40%	7,50%	0,20%	1,00%
Riscos Múltiplos	19,50%	72,50%	7,20%	0,20%	0,70%
Automóvel	5,90%	83,40%	5,90%	4,10%	0,70%
Marítimo e Transportes	1,50%	77,40%	15,20%	0,00%	5,80%
Aéreo	8,90%	76,70%	12,70%	0,00%	1,70%
Mercadorias Transportadas	5,10%	86,20%	6,10%	0,00%	2,50%
Responsabilidade Civil e Geral	7,20%	83,00%	8,90%	0,00%	0,90%
Diversos	4,50%	76,70%	12,60%	5,40%	0,90%

Fonte: ASF

Em relação aos canais de distribuição, no que diz respeito aos ramos Vida a maioria das vendas são realizadas por parte dos Bancos, principalmente pelo seguro associado ao crédito habitação, umas das condições exigidas para a concessão de crédito habitação.

Em relação a Não Vida, a maior parte da distribuição dos prémios está concentrada em Mediadores que não bancos (lojas de mediadores, corretores e outros), já que estes têm uma maior proximidade com o cliente.

1.5 Ramo Automóvel

Na elaboração deste projeto, selecionou-se como objeto de estudo o ramo automóvel, dado que é dos que apresentam maior dimensão e por ser um dos mais conhecidos da população em geral.

Pela Tabela 1.2, apresentada anteriormente, é possível verificar que a nível dos ramos não vida, o seguro Automóvel é dos que apresenta maior nível de produção (1.448.547 milhares de euros em 2014). Um dos motivos que o leva a ser o ramo com maior dimensão, prende-se com o facto de o seguro automóvel (responsabilidade civil) fazer parte de um conjunto de seguros que são obrigatórios por lei em Portugal, para quem possui e usufrui de transportes motorizados.

O seguro automóvel resulta da agregação das seguintes componentes:

- Responsabilidade Civil Danos Materiais;
- Responsabilidade Civil Danos Corporais;
- Outras Coberturas Danos Materiais;
- Outras coberturas Danos Corporais.

Na tabela seguinte, são apresentados alguns dos indicadores do seguro direto (não inclui valores de referentes a resseguro) automóvel para o ano 2014.

Tabela 1.4 - Informação geral Seguro direto – Automóvel

	2012	2013	2014
Número de apólices (1)	5 511 338	5 524 459	5 575 223
Número de veículos seguros	5 884 497	5 933 882	5 985 503
Número de sinistros ocorridos	668 765	692 088	717 595
Prémios brutos emitidos (milhares de euros)	1 344 630	1 265 324	1 242 242
Capitais seguros (milhões de euros)	96 564 614	101 450 200	101 502 870
Capital médio seguro (euros) (2)	16 410 003	17 096 767	16 958 118
Responsabilidade civil	16 206 654	16 643 197	16 635 378
Veículos terrestres	434 211	1 085 345	643 825
Prémio médio [por mil euros de capital] (3)	1,4%	1,2%	1,2%
Responsabilidade civil	0,9%	0,9%	0,8%
Veículos terrestres	31,7%	12,4%	20,1%

(1) Excluindo as apólices com capital ilimitado

(2) Capitais seguros / N.º de veículos seguros

(3) Prémios brutos emitidos / Capitais seguros

Fonte: ASF

Este tipo de seguro tem apresentado um ligeiro aumento a nível de produção, no período de 2012 até 2014. Como consequência, um maior número de apólices está diretamente ligado com um maior número de veículos, apesar de uma apólice poder conter mais que uma viatura.

Resultado de uma maior competitividade entre empresas de seguros, está o decréscimo do prémio médio praticado.

A acompanhar o aumento do número de apólices, temos como seria de esperar o número de sinistros.

Tabela 1.5 – Provisões técnicas (milhares de euros) – Automóvel 2014

Provisões Técnicas	Ano 2014
Provisão prémios não adquiridos	384 023
Provisão para sinistros	1 285 624
Outras provisões	347
Provisão para riscos em curso	57 403
Total	1 727 397

Fonte: ASF

Na tabela acima exposta, temos os valores de 2014 para as provisões técnicas, como seria de esperar, a provisão para sinistros é significativamente maior que as restantes, representa cerca de 75% do montante de provisões técnicas.

1.6 Solvência II

Nos últimos tempos, o sistema financeiro português tem sofrido períodos significativamente conturbados. Alguns dos principais riscos do sector decorrem de fatores externos, como a componente macroeconómica, o endividamento público e privado, a taxa de desemprego, os fluxos migratórios, e outros mais. Exemplo disso, são os efeitos adversos da “queda” de grandes instituições bancárias que, principalmente para os consumidores, se afiguravam como seguras e fiáveis.

Tal como os bancos, as seguradoras também fazem parte do sistema financeiro e por tal carecem de uma supervisão e regulação adequada para garantir a estabilidade e a solidez não só da própria instituição mas também do sistema financeiro.

De forma a conciliar os regimes jurídicos em todos os estados membros da União Europeia foi criado pela Comissão Europeia um conjunto de medidas designado por Solvência II, que está para as seguradoras assim como o Basileia II está para os bancos.

O Solvência II entrou em vigor a 1 de Janeiro de 2016, após alguns anos de melhoramento e vários testes (*Stress Test* e *Quantitative Impact Study*) realizados pelas seguradoras. Este regime vem substituir o anterior regime em vigor, o Solvência I, de forma a colmatar algumas falhas deste e aperfeiçoar algumas medidas. Trata-se de um conjunto de medidas aplicadas a todas as seguradoras e resseguradoras da União Europeia.

Este tipo de atuação tem atraído a atenção de outras instituições de países de fora da União Europeia, que têm aproveitado estas medidas para atualizar e melhorar os processos internos das instituições.

O regime Solvência II assenta numa estrutura de três pilares, em que cada um possui sua abordagem e conduz a uma configuração diferente:

Pilar I – Requisitos quantitativos associados ao cálculo do capital de solvência e do capital mínimo requerido, com base no modelo padrão ou interno;

Pilar II – Requisitos qualitativos associados à governação, ou seja, princípios gerais que regem a regulação de riscos e controlos internos;

Pilar III - Requisitos de transparência de informação (a respeito da solvência e situação financeira) e obrigação de reporte às autoridades de supervisão.

Resumindo, o que se pretende é permitir às autoridades de supervisão meios adequados para identificar oportunamente situações adversas das empresas de seguros sob a sua responsabilidade

e garantir uma melhor gestão do risco, com margens de solvência adequadas que permitam absorver eventuais riscos.

1.7 Provisões técnicas - Ramo Não Vida

As provisões técnicas correspondem aos montantes que a Seguradora necessita constituir e manter, para que consiga cumprir todas as responsabilidades assumidas. Esse montante deve ser suficiente para permitir à Seguradora cumprir os compromissos resultantes dos contratos de seguro que realizou.

As provisões técnicas do ramo Não Vida a serem constituídas e mantidas são as seguintes:

- **Provisão para prêmios não adquiridos** – Esta provisão é constituída com parte dos prêmios brutos emitidos, relativamente a cada um dos contratos de seguro em vigor, com exceção dos respeitantes ao ramo vida, a imputar a um ou vários dos exercícios seguintes.

Na concretização de um contrato de seguro, nem sempre o mesmo inicia a 1 de Janeiro de um determinado ano, assim como existem diferentes modalidades de pagamento e fracionamento (mensal, trimestral, semestral e anual). Por isso a seguradora, no fim do ano em exercício nem sempre recebe na totalidade o prémio correspondente do contrato de seguro.

Como por exemplo, uma apólice que é realizada a 1 de Outubro de tal ano, com pagamento trimestral, no final do ano a apólice ainda nem atingiu metade do período de vigência e só foi pago um quarto do prémio. Assim esta provisão é calculada por meio da multiplicação do prémio bruto emitido com o período em falta para caducidade do contrato (em percentagem, *pró-rata temporis*). Resumindo, trata-se de uma reserva do valor de prémio que ainda está por receber por parte da seguradora.

- **Provisão para riscos em curso** - corresponde ao montante necessário para fazer face a prováveis indemnizações e encargos a suportar após o termo do exercício e que excedem o valor dos prêmios não adquiridos e dos prêmios exigíveis relativos aos contratos em vigor.
- **Provisão para sinistros** - corresponde ao custo total estimado que a Seguradora suportará para regularizar todos os sinistros que tenham ocorrido até ao final do exercício, quer tenham sido comunicados ou não, após dedução dos montantes já pagos respeitantes a esses sinistros. Esta provisão representa uma grande parte do passivo de uma seguradora (de ramo não vida).

- **Provisão para desvios de sinistralidade** - destina-se a fazer face a sinistralidade exceccionalmente elevada em ramos de seguros que, pela sua natureza, se preveja que tenha maiores oscilações, como por exemplo seguros associados a risco de fenómenos da natureza (sismos, vulcões, tempestades e outros).

Pela tabela abaixo, pode-se observar o valor das provisões técnicas existentes no ramo não vida para o ano 2014.

Tabela 1.6 – Provisões técnicas – Ramo Não vida -2014 (em milhares de euros)

Provisões Técnicas	Ano 2014
Provisão para prémios não adquiridos	1 226 421
Provisão para sinistros	4 022 376
Outras Provisões	3 924
Provisão para riscos em curso	141 167
Total	5 393 888

Fonte: ASF

A importância da provisão para sinistros nas provisões técnicas é claramente evidenciada pelo peso que esta tem (aproximadamente 75%) sobre as restantes provisões.

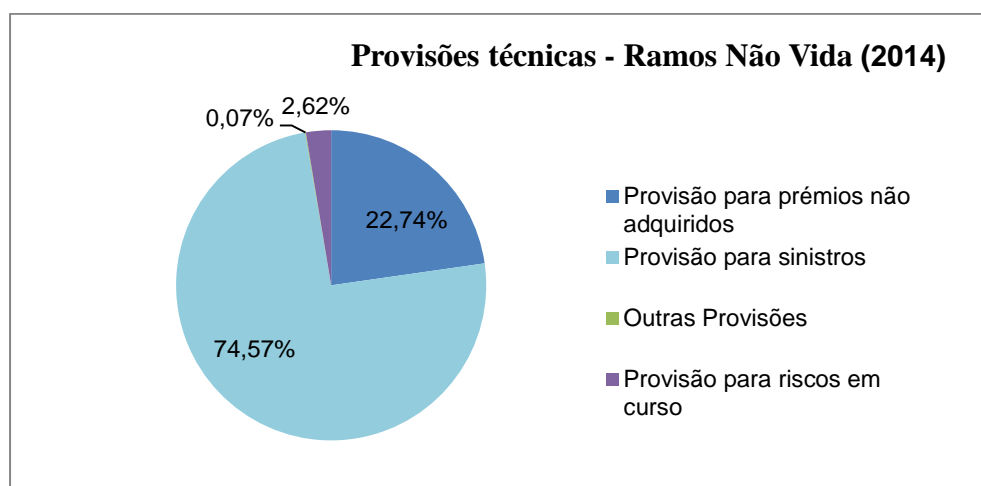


Figura 1.1 – Distribuição das Provisões técnicas (2014). Fonte: ASF

Assim, a constituição da provisão para sinistros exige um especial acompanhamento pela área técnica da Seguradora de tal forma que os montantes estimados sejam, o mais possível, aproximados á realidade das responsabilidades assumidas.

1.8 Provisão para sinistros

A provisão para sinistros pode ser dividida nas seguintes quatro categorias:

- Provisões para sinistros já declarados, para estimar o custo final;

- Provisões IBNR (*"Incurred But Not Reported"*), para sinistros ocorridos mas ainda não declarados.
- Provisões para sinistros ocorridos mas insuficientemente provisionados (IBNER)
- Provisão para despesas de regularização de sinistros, que podem ser do tipo administrativo.

A estimativa das provisões pode ser realizada de duas formas:

- Caso a caso, analisando todos os processos um a um para constituir a provisão. Esta situação não é viável dada a dimensão do número de sinistros (processos), mas é a mais adequada quando se trata de sinistros atípicos ou de sinistros grandes (sinistros que ultrapassam determinados limites de valor, previamente estabelecidos pela companhia). Para além de que não permite estimar os IBNR, dado que se tratam de sinistros que ainda não foram participados.
- Na globalidade, por meio de técnicas estatísticas, que permitem estimar a evolução dos pagamentos futuros dos sinistros.

1.9 Processo de sinistro

Para a seguradora ter conhecimento da ocorrência de um sinistro, é necessário existir uma comunicação por parte do segurado (ou outra entidade, como por exemplo a seguradora de outro interveniente no sinistro). O desejável, seria a Seguradora ter conhecimento da ocorrência imediatamente após o evento, mas isso nem sempre ocorre, o que leva a provisionar para sinistros ocorridos mas não participados (IBNR). Para além do mais, nem sempre há concordância com o apuramento de responsabilidades ou por vezes aparecem novas informações após o fecho do processo de sinistro, isto são alguns dos motivos que atrasam todo o procedimento e exigem a existência de reservas como salvaguarda.

De forma a tornar mais acessível a compreensão do processo de sinistro, desde que este ocorre até ser considerado o estado de encerrado, na figura abaixo está uma representação das várias etapas de um processo de sinistro:

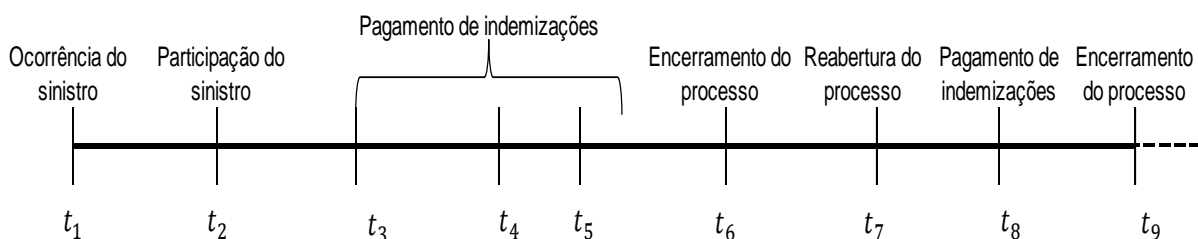


Figura 1.2 – Representação temporal de um processo de sinistro. Fonte: Borginho (2001).

É a partir do instante t_1 que a seguradora passa a ter responsabilidades, mas só no instante t_2 é que tem conhecimento da existência das mesmas.

Nos instantes t_3 , t_4 e t_5 ocorre o pagamento de possíveis indenizações, após análise e avaliação do sinistro.

Após o pagamento na totalidade das indemnizações, o processo é dado como encerrado, isto corresponde ao instante t_6 .

Caso surja nova informação relativamente ao sinistro, o processo pode ser reaberto (instante t_7) para um novo apuramento das responsabilidades da seguradora e a consequente regularização das indemnizações (instante t_8). Por fim, o processo volta a ser novamente encerrado, no instante t_9 .

Se os sinistros fossem imediatamente participados, normalizados e pagos, em que não fosse necessário proceder a reabertura dos mesmos, não haveria necessidade de criar provisões para sinistros. Mas, dado o atraso que todas as etapas podem ter, para além de possíveis reaberturas, este tipo de incerteza exige que sejam constituídas reservas.

1.10 Inflação

A nível económico o conceito de inflação designa o aumento contínuo e generalizado dos preços de bens e serviços. O significado literal da palavra inflação é o efeito de enchimento, ou seja, aumento do tamanho.

Num processo inflacionário, o poder de compra de moeda diminui, isto é, comprar-se menos com a mesma quantidade de dinheiro. No sentido oposto da inflação está a deflação, que representa uma diminuição do nível de preços de bens e produtos e que em consequência aumenta o poder de compra.

O processo de inflação pode ocorrer em determinadas situações, tais como:

- Aumento da emissão de moeda pelo Estado. Quanto maior é a quantidade de moeda em circulação, sem ser por motivos de criação de riqueza ou aumento de produção, menos valiosa ela é e por consequência diminui o poder de compra.
- Evolução do preço de bens e produtos considerados essenciais, tais como luz, petróleo e outros. Se houver um aumento da procura, e esta for maior que a oferta, isto leva a um incremento no valor do bem.
- Evolução da taxa de câmbio e dos preços internacionais. Valores muita vezes dependentes de estratégias de fixação de preços

De forma a comparar a inflação entre períodos de tempo e países, existem dois índices que são muito utilizados:

- **IPC** - índice de preços ao consumidor (muitas vezes considerado o número de inflação mais importante do país)

- **IHPC** - índice harmonizado de preços ao consumidor (é utilizado para comparar a inflação dentro da Europa)

Em Portugal, quando se refere à inflação, em grande parte, é a associada ao índice de preços ao consumidor, ou seja o IPC. Este índice reflete a evolução dos preços de um conjunto de produtos e serviços padrão que as famílias em Portugal adquirem para o seu consumo. O cálculo para determinar a inflação, consiste na comparação a nível percentual do IPC de um determinado período em relação ao período homólogo do ano anterior. Se existir uma subida de preços estamos perante uma inflação e caso contrário trata-se de uma deflação (inflação negativa).

Tal como referido anteriormente, o cálculo das provisões técnicas tem como objetivo garantir um determinado montante de forma a fazer face ao pagamento de eventuais sinistros futuros. Assim, em qualquer dos métodos de estimação das provisões anteriormente descritos, é importante ter em consideração a taxa de inflação de mercado, uma vez que a sua volatilidade implica variações no montante a pagar com os sinistros.

Este é mais um dos fatores que é necessário considerar, dada a possibilidade de grandes flutuações deste índice ao longo dos anos, que pode levar a uma desadequada reserva para sinistros caso não seja considerado.

Para uma melhor perceção destas flutuações ao longo tempo, é exposta a na Figura 1.3, com evolução da taxa de inflação em Portugal no período de 1999 a 2014.

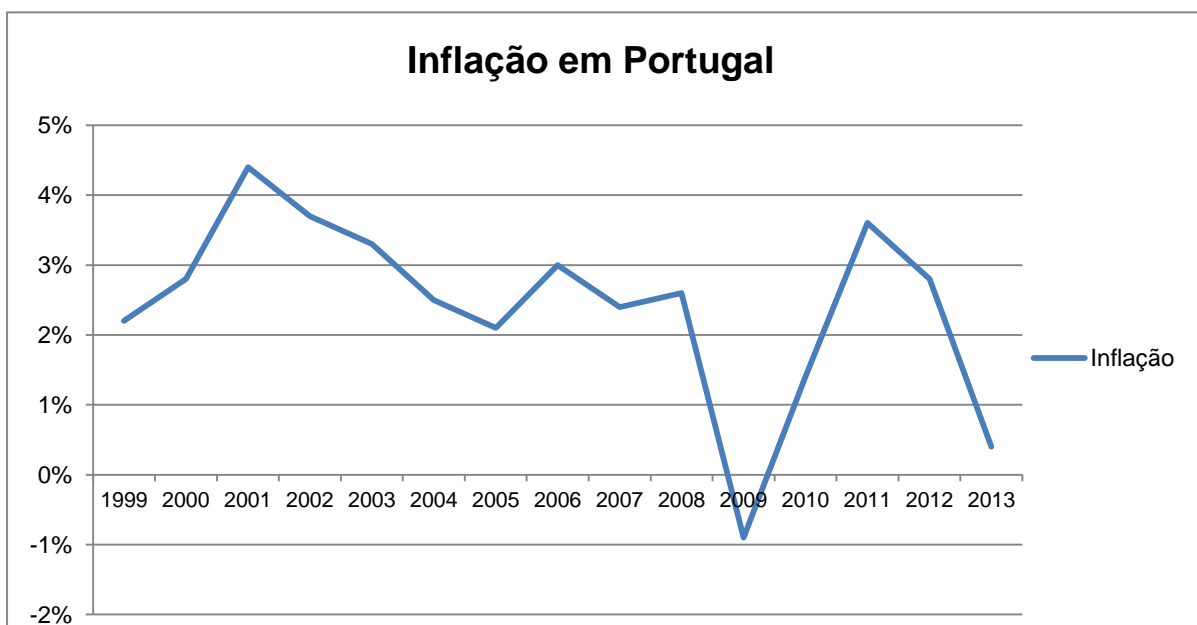


Figura 1.3 – Inflação em Portugal

De acordo com esta informação, antes da aplicação dos métodos estatísticos para a estimação da provisão para sinistros, deve-se ter em conta este fator. Para tal, para cada ano de pagamento

(diagonal de montantes pagos) é multiplicada taxa de inflação correspondente. Desta forma, os montantes pagos passam a estar atualizados, ou seja, a preços atuais.

Contudo, os valores a estimar são referentes a anos futuros e nesse sentido também é necessário projetar esses valores com a taxa de inflação esperada no futuro. Esta taxa resulta de uma estimativa feita com base no histórico e uma análise global a nível da economia.

Existem várias entidades que calculam e disponibilizam estes valores, por exemplo o Banco de Portugal e o Banco Central Europeu.

Para efeitos de exemplo numérico serão utilizadas as taxas de inflação futura disponibilizadas pelo Banco de Portugal para os anos subsequentes a 2014.

Neste trabalho, o fator inflação só será utilizado com o intuito de demonstrar o impacto que este têm sobre a estimativas.

2. Métodos de estimação - Abordagem Teórica

2.1 Tipo de dados em estudo

Para o processo de estimação das responsabilidades futuras da seguradora, existem vários tipos de dados que se podem usar, tais como:

- Montantes pagos;
- Sinistros ocorridos;
- Exclusão de sinistros considerados grandes (com análise a parte);
- Número de sinistros pagos;
- Média de sinistros;
- Custos;
- Média de indemnizações pagas;
- Outros.

Por norma, métodos diferentes exigem tipologias de dados diferentes, ou estes apresentam melhores resultados com determinados tipos de dados.

Neste estudo, são utilizados dados referentes a montantes pagos pela seguradora. O conjunto de observações a trabalhar é organizado e apresentado sob a forma de uma matriz de *run-off* (matriz triangular superior), onde cada linha representa o ano de ocorrência do sinistro e cada coluna representa o ano em que o pagamento é liquidado (ano de desenvolvimento), existindo tantas colunas quantos os anos que decorrem entre a ocorrência do sinistro e a respetiva regularização pela empresa de seguros.

A matriz *run-off* pode ser apresentada de duas formas:

- Estrutura incremental, em que se apresentam os montantes pagos observados no ano de ocorrência i e de desenvolvimento j , representada por $X_{i,j}$
- Estrutura Acumulada, representada por $C_{i,j}$, é obtida através da soma dos pagamentos por ano de ocorrência, e representa o total de montantes pagos no ano i , até ao ano de desenvolvimento j .

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^j X_{i,k}, \quad 0 \leq i \leq n, \quad 0 \leq j \leq n-i \quad (2.1)$$

Tabela 2.1 – Estrutura incremental da Matriz *run - off*

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento							
	0	1	...	<i>j</i>	...	<i>n-i</i>	...	<i>n</i>
0	$X_{0,0}$	$X_{0,1}$...	$X_{0,j}$...	$X_{0,n-i}$...	$X_{1,n}$
1	$X_{1,0}$	$X_{1,1}$...	$X_{1,j}$...	$X_{1,n-i}$...	
:	:	:	:	:	:		:	
.			
<i>i</i>	$X_{i,0}$	$X_{i,1}$...	$X_{i,j}$...	$X_{i,n-1}$		
:	:	:	:					
.	.	.	.					
<i>n-1</i>	$X_{n-1,0}$	$X_{n-1,1}$						
<i>n</i>	$X_{n,0}$							

Na Tabela 2.1 a parte abaixo da diagonal principal da matriz, que não está preenchida, corresponde aos períodos futuros de pagamentos e que são desconhecidos. Logo, o objetivo do cálculo das provisões é estimar esses valores ($\hat{X}_{i,k}$) de maneira a obter os totais de cada linha $\hat{C}_{i,n}$. E com esses montantes, estimam-se as provisões referentes ao ano de ocorrência *i*, para $i=1,...,n$, através do cálculo de $\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$.

O total das provisões obtêm-se pela seguinte expressão:

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i. \quad (2.2)$$

Ainda antes da aplicação das metodologias de cálculo da provisão para sinistros é necessário ter em atenção alguns fatores, tais como:

- Dados provenientes de uma base de informação com histórico fiável.
- Agrupamento dos dados por tipo de ramo.
- Nos casos aplicáveis, analisar separadamente todos os pagamentos referentes a sinistros grandes, isto é, sinistros que exigiram indemnizações de valor muito superior á média. O limite aplicado na definição de sinistro grande varia de ramo para ramo.

2.2 Cauda ou *Ultimate*

Em alguns ramos, os sinistros relativos ao primeiro ano de ocorrência implicam que os pagamentos dos mesmos se prolonguem por vários anos de exercício. Por tal, é necessário ter em conta este tipo de situações na estimativa da evolução das indemnizações futuras, caso contrário pode-se obter estimativas pouco ajustadas á realidade da Seguradora.

O fator cauda, f_n , é um valor representativo dos montantes que vão ser pagos após o último ano de desenvolvimento conhecido ou considerado na matriz de *run-off*.

Mediante o ramo em estudo, este valor pode corresponder a um valor médio (número de sinistros abertos a multiplicar por o custo médio dos sinistros) ou ao valor correspondente à provisão existente para os anos anteriores aos considerados na matriz, entre outras metodologias. Este tipo de decisão compete ao atuário que analisa e efetua o tratamento dos dados em estudo.

Neste projeto não será usado o fator cauda, dado que o exemplo utilizado para aplicação dos métodos não necessita da inclusão de cauda.

2.3 Método *Chain Ladder*

O clássico método *Chain Ladder* é um algoritmo determinístico de previsão e uma das técnicas atuariais mais usadas e conhecidas, principalmente por ser simples e prático, com resultados por vezes muito próximos da realidade. No entanto, não assume qualquer distribuição de probabilidade para os dados.

Este método parte do pressuposto base que o desenvolvimento passado, evidenciado na matriz de informação histórica, continuará a verificar-se no futuro.

Em particular, o método *Chain Ladder* assume a existência de proporcionalidade entre colunas da matriz, ou seja, entre anos de desenvolvimento, *Verrall* (1989).

A técnica *Chain Ladder*, faculta uma previsão pontual das reservas, para tal usa como base a matriz de *run-off* de montantes pagos acumulados.

O primeiro passo consiste em calcular os fatores de desenvolvimento, de acordo com a seguinte fórmula:

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k}}, 0 \leq k \leq n-1 \quad (2.3)$$

Após a obtenção dos valores dos fatores de desenvolvimento, é possível calcular os valores referentes ao triângulo inferior da matriz de pagamentos de sinistros, aplicando aos montantes da diagonal principal da matriz de montantes acumulados (com valores conhecidos) o respetivo fator de desenvolvimento. Com uma nova diagonal obtida, volta-se a multiplicar os valores desta pelo fator de desenvolvimento correspondente e assim sucessivamente até a parte inferior da matriz estar completa. Ou seja, cada novo elemento $\hat{C}_{i,j}$, $i+j > n+1$, do ano de ocorrência i e ano de desenvolvimento j é calculado recursivamente através de:

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i} \times \hat{f}_{n-i} \times \dots \times \hat{f}_{j-1}, 1 \leq i \leq n \quad (2.4)$$

O método *Chain Ladder*, é um método de fácil utilização e aplicabilidade. Mas também apresenta algumas limitações, tal como pressuposto de que existe independência entre os diversos anos de ocorrência e assumir que o fator de desenvolvimento é o mesmo ao longo dos anos de ocorrência dos sinistros.

Os modelos determinísticos apresentam apenas uma estimativa pontual da reserva, enquanto nos modelos estocásticos, em que as soluções possíveis dependem da distribuição de probabilidade usada, se podem construir intervalos de confiança. Isto não significa que os métodos estocásticos são melhores que os métodos tradicionais, apenas fornecem mais informação sobre aspetos da reserva.

Este tipo de metodologia pode ser ajustada, isto é, não é necessariamente obrigatório a utilização de todos os dados históricos existentes na matriz de dados, até porque isso é variável de acordo com o estudo realizado. Na análise, pode ser mais adequado utilizar fatores de desenvolvimento referentes a menos anos ou mesmo média de fatores. Este tipo de critério e seleção é efetuado pelos atuários da empresa de seguros.

2.4 Thomas Mack

Os métodos estocásticos e a sua aplicação no cálculo de provisão de sinistros, têm sido alvo de grande interesse nos últimos tempos, mesmo com a dificuldade inerente na utilização e compreensão dos mesmos sem o recurso a *softwares* adequados e tendo em conta, que é possível utilizar métodos determinísticos (*Chain Ladder*), como opção válida no cálculo de valores de provisão.

Os métodos estocásticos são como uma ampliação das técnicas tradicionais, que permitem obtenção de mais informação e avaliações.

Neste capítulo, será abordada a análise estocástica do método de *Chain Ladder*, que foi desenvolvida em Mack (1993) e recorrendo também ao apresentado em Borginho (2001).

Este modelo é classificado como não paramétrico, dado que não assume que os dados seguem uma determinada distribuição de probabilidade.

Um dos objetivos com esta metodologia é manter as mesmas capacidades de previsão do *Chain Ladder*, mas proporcionar a produção de mais informação sobre os estimadores que permitam construir intervalos de confiança. Os intervalos de confiança possibilitam a avaliação da variabilidade de estimativas futuras e detetam eventuais desvios em relação aos valores registados nos anos considerados.

Caso os valores das provisões para sinistros estejam dentro do intervalo de confiança, com um determinado nível de confiança previamente selecionado, podemos assumir que as provisões constituídas são adequadas para as responsabilidades assumidas. Se os valores estiverem abaixo do limite inferior, a seguradora deverá de reforçar as provisões. Se por outro lado, os valores são superiores ao limite superior, então existe um excesso de provisionamento e será adequado a seguradora libertar alguma provisão.

Em Mack (1993) refere-se que antes da aplicação do modelo de *Thomas Mack*, é necessário testar os dados em estudo, ou seja, ver se o método é adequado para aplicar aos mesmos através da verificação de três pressupostos base. São os mesmos que o método de *Chain Ladder*, mas neste não são testados já que se assume que são implícitos.

Pressupostos do modelo *Thomas Mack*:

1º Existem fatores de desenvolvimento $f_0, \dots, f_{n-1} > 0$ onde

$$E(C_{i,k+1} | C_{i,0} \dots C_{i,k}) = C_{i,k} f_k, \quad 0 \leq i \leq n, 0 \leq k \leq n-1$$

2º As variáveis $C_{i,k}$ de diferentes anos de ocorrência são independentes, isto é:

$$\{C_{i,0}, \dots, C_{i,n}\} \text{ e } \{C_{j,0}, \dots, C_{j,n}\}, i \neq j, \text{ são independentes.}$$

3º $V(C_{i,k+1} / C_{i,k} | C_{i,0} \dots C_{i,k}) = \sigma_k^2 / C_{i,k}$, ou de forma equivalente,:

$$V(C_{i,k+1} | C_{i,0} \dots C_{i,k}) = C_{i,k} \sigma_k^2, \quad 0 \leq i \leq n, 0 \leq k \leq n-1, \text{ sendo } \sigma_k^2 \text{ um parâmetro desconhecido.}$$

A análise e verificação destes pressupostos será apresentada após a exposição das medidas de variabilidade do modelo *Thomas Mack*

Estimação das provisões e medida variabilidade – *Thomas Mack*

Com a análise e a verificação dos três pressupostos acima descritos, estamos em condições de prosseguir para o próximo passo deste método, ou seja, a estimação do erro padrão e a construção dos intervalos de confiança associados às reservas calculadas por meio do método *Chain Ladder*, método apresentado no ponto anterior.

Recordando alguns passos do método de *Chain Ladder*, temos que os fatores de desenvolvimento, \hat{f}_k , podem ser estimados de acordo com as seguinte fórmula:

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k}}, \quad k = 0, \dots, n-1 \quad (2.5)$$

E a partir do momento em que obtemos os valores dos diferentes fatores é possível determinar as estimativas dos pagamentos que serão realizados no futuro por meio da seguinte expressão, que designaremos por $\hat{C}_{i,n}$:

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i} \times \hat{f}_{n-i} \times \dots \times \hat{f}_{n-1}, 1 \leq i \leq n \quad (2.6)$$

Consequentemente, a provisão necessária a constituir para garantir o pagamento de sinistros ocorridos no ano i , é dada por,

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}, 1 \leq i \leq n. \quad (2.7)$$

Ou seja, o valor total das provisões é obtido através de:

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i. \quad (2.8)$$

É neste momento que entramos efetivamente no cálculo das medidas de variabilidade para as estimativas das provisões \hat{R}_i . Para esse efeito será calculado o erro padrão (EP) que é o mesmo que calcular a raiz quadrada do erro quadrático médio (EQM)

$$EQM(\hat{C}_{i,n}) = E((C_{i,n} - \hat{C}_{i,n})^2 | D) \quad (2.9)$$

Em que D representa o conjunto de todos os valores já observados (conhecidos) da matriz *run off*, isto é,

$$D = \{ C_{i,k} \mid i + k \leq n \} \quad (2.10)$$

$$\text{Como } EQM(\hat{R}_i) = E((R_i - \hat{R}_i)^2 | D) = E((C_{i,n} - \hat{C}_{i,n})^2 | D) = EQM(\hat{C}_{i,n})$$

De acordo com Mack (1993), $EQM(\hat{C}_{i,n})$ pode ser estimado com recurso à seguinte fórmula:

$$EQM(\hat{C}_{i,n}) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{k=n-i}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k}} \right) \quad (2.11)$$

Um estimador centrado para a constante de proporcionalidade σ_k^2 , é dado por:

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{n-k-1} \times \sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k} \times \left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}} - \hat{f}_k \right)^2, 0 \leq k \leq n-2. \quad (2.12)$$

Como esta expressão não permite o cálculo quando $k=n-1$, vamos considerar que

$$\frac{\hat{\sigma}_{n-3}^2}{\hat{\sigma}_{n-2}^2} = \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^2}{\hat{\sigma}_{n-1}^2}, \text{ sempre que } \hat{\sigma}_{n-3}^2 > \hat{\sigma}_{n-2}^2.$$

Assim, temos que

$$\hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left\{ \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \min \{ \hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2 \} \right\} \quad (2.13)$$

O erro quadrático médio para \hat{R} , a soma de todas as estimativas das reservas por data de ocorrência i , é

$$EQM(\hat{R}) = EQM(\sum_{i=1}^n \hat{R}_i) = EQM(\sum_{i=1}^n \hat{C}_{i,n}) \quad (2.14)$$

E o $EQM(\sum_{i=0}^n \hat{C}_{i,n})$ pode ser estimado através de:

$$EQM(\sum_{i=0}^n \hat{C}_{i,n}) = \sum_{i=1}^n \left\{ EQM(\hat{C}_{i,n}) + C_{i,n} \left(\sum_{j=i+1}^n \hat{C}_{j,i} \right) \sum_{k=n+1-i}^{n-1} \frac{2\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2} \left(\frac{1}{\sum_{l=0}^{n-k} C_{l,k}} \right) \right\} \quad (2.15)$$

A partir daqui é possível determinar um intervalo de confiança para R_i e R , se for conhecida a distribuição associada. Caso se trate de uma grande amostra, pelo teorema do limite central, a distribuição desta função aproxima-se cada vez mais de uma distribuição normal.

Assim, os intervalos de confiança, $1 - \alpha$, para as estimativas \hat{R} e para \hat{R}_i , são determinados através de: $(1 - \alpha/2)$

$$\left[\hat{R}_i - \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{EQM(\hat{R}_i)}; \hat{R}_i + \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{EQM(\hat{R}_i)} \right] \quad (2.16)$$

$$\left[\hat{R} - \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{EQM(\hat{R})}; \hat{R} + \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{EQM(\hat{R})} \right] \quad (2.17)$$

Pode ser do entendimento do atuário responsável, dum ponto de vista mais prudente, optar por considerar como valor adequado a provisionar o limite superior dos respetivos intervalos de confiança, com um alto grau de confiança.

Como referido no início da descrição deste método, antes da sua aplicação é necessário testar três pressupostos e caso estes sejam satisfeitos estamos em condições de usar a metodologia de *Thomas Mack*. Seguidamente será feita uma exposição dos pressupostos e dos testes inerentes aos mesmos.

Pressupostos do método *Thomas Mack*

O primeiro pressuposto consiste na existência de fatores de desenvolvimento f_0, \dots, f_n , tal que,

$$E(C_{i,k+1} | C_{i,0} \dots C_{i,k}) = C_{i,k} * f_k, \quad 0 \leq i \leq n, 0 \leq k \leq n \quad (2.18)$$

Sendo os fatores de desenvolvimento estimados de acordo com,

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k-1} C_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{n-k-1} C_{i,k}}, \quad k = 0, \dots, n-1$$

- Verificação do primeiro pressuposto: Para a validação deste pressuposto é necessário que o conjunto de dados em estudo passe em dois testes.

Numa primeira análise da equação $E(C_{i,k+1} | C_{i,0} \dots C_{i,k}) = C_{i,k} f_k$, para um qualquer k fixo e $i=1, \dots, n$ estamos perante uma relação linear entre $C_{i,k}$ e $C_{i,k+1}$, com um declive igual a f_k . Ou seja, se considerarmos um modelo de regressão do tipo

$$Y_i = c + x_i b + \varepsilon_i, \quad 1 \leq i \leq n,$$

em que c e b representam os coeficientes de regressão e ε_i o erro, tal que $E(\varepsilon_i)=0$, isto é $E(y_i) = x_i b + c$

(e neste caso, $c=0$ e $b=f_k$)

Então se representarmos os pontos $y_i = C_{i,k+1}$ e $x_i = C_{i,k}$ num diagrama de dispersão, estes devem estar próximos da reta que passa na origem e que tem declive \hat{f}_k .

O pressuposto 1 implica a inexistência de correlações entre todos os fatores de desenvolvimento consecutivos, Mack (1993), hipótese que pode ser verificada com o teste do coeficiente de correlação de “ranks” de *Spearman*.

Para a aplicação deste teste é necessário construir duas novas matrizes, a partir da matriz com os fatores individuais conhecidos.

A matriz com os elementos $r_{i,k}$, é construída tendo em conta cada ano de desenvolvimento k , em que se ordena em cada coluna por ordem crescente os fatores individuais conhecidos, $f_{i,k} = \frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}$, e seguidamente é-lhes atribuído um número de ordem tal que $1 \leq r_{i,k} \leq n-k$.

Seguidamente, procedemos de forma análoga para com a matriz de elementos por $s_{i,k}$, só que neste caso cada elemento corresponde ao número de ordem atribuído ao fator de desenvolvimento individual precedente ($k-1$), tal que, $1 \leq s_{i,k} \leq n-k$.

Então, o coeficiente de correlação de *Spearman*, T_k é determinado por:

$$T_k = 1 - 6 \times \sum_{i=0}^{n-k-1} \frac{(r_{i,k} - s_{i,k})^2}{((n-k)^3 - n + k)}, \quad 1 \leq k \leq n-2, \text{ em que } -1 \leq T_k \leq 1. \quad (2.19)$$

Seja T_k , um valor pertencente ao intervalo $]-1;1[$, quanto mais próximo de zero for esse valor, menor é a correlação entre os fatores de desenvolvimento nos anos $k-1$ e k , assim como nos anos de k e $k+1$. Isto é, qualquer outro valor é significativo de uma correlação positiva ou negativa.

No caso de não existirem correlações, temos que:

$$E(T_k) = 0 \text{ e } V(T_k) = \frac{1}{n-k-1}$$

De acordo com Mack (1993), a estatística do teste global é:

$$T = \frac{\sum_{k=1}^{n-2} (n-k-1) \times T_k}{\sum_{k=1}^{n-2} n-k-1} = \frac{\sum_{k=1}^{n-2} \left(\frac{n-k-1}{(n-1) \times (n-2)} \right) \times T_k}{2} \quad (2.20)$$

e mostra que,

$$E(T) = 0 \text{ e } V(T) = \frac{1}{\frac{(n-1) \times (n-2)}{2}}. \quad (2.21)$$

Como a distribuição de um T_k , com $n-k \geq 10$ se aproxima razoavelmente de uma distribuição Normal, e T é obtido por meio da soma de vários T_k 's não correlacionados, podemos assim assumir que também T se aproxima razoavelmente de uma distribuição Normal.

Assim, só se aceita a hipótese de ausência de correlações entre os fatores individuais de desenvolvimento, caso a estimativa de T , esteja dentro do seguinte intervalo de confiança

$$\left] -\Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{V(T)}; \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{V(T)} \right], \quad (2.22)$$

em que, $\Phi^{-1}(1 - \alpha/2)$ corresponde ao quantil de probabilidade $1 - \alpha/2$ da distribuição Normal Padrão e α o nível de significância.

O segundo pressuposto consiste na verificação da hipótese de independência entre os anos de ocorrência, isto é, entre as linhas da matriz de pagamentos.

- Verificação do segundo pressuposto: Para testar se as variáveis $\{C_{i,0}, \dots, C_{i,n}\}$ e $\{C_{j,0}, \dots, C_{j,n}\}$ de diferentes anos de ocorrência $i \neq j$, são independentes é necessário mais uma vez considerar a matriz de fatores de desenvolvimento individuais e subdividir todos os fatores de desenvolvimentos, por ano de desenvolvimento, em dois grupos um com os mais elevados e outro com os mais baixos, acima e abaixo da mediana respectivamente. Um dos grupos, L , vai conter metade dos fatores de desenvolvimento de cada ano k , os considerados mais elevados. No grupo S , fica a outra metade dos fatores de desenvolvimento de cada ano k , que são neste caso os mais pequenos. Seguidamente verificar se existem diagonais na matriz de *run off* em que exista uma superioridade de elementos de um dos grupos. Em situações em que o número de fatores é ímpar, o valor central (mediana) é desconsiderado.

Para cada diagonal, C_j , $j = 0, n-2$ (j é a soma dos índices de linha e coluna) de fatores de desenvolvimento, o número de elementos L (*large factores*) e S (*small factores*) têm de ser contabilizados. Caso haja independência, é expectável que haja o mesmo número de elementos dos dois grupos.

Ao considerar L_j como o número de elementos L que pertencem a C_j , e S_j como o número de elementos de S que pertencem a C_j , se $Z_j = \min(S_j, L_j)$ for muito menor que $(S_j + L_j)/2$ então existe uma predominância de fatores elevados ou reduzidos na diagonal j de fatores de desenvolvimento, em que nesse caso deve ser rejeitado o pressuposto.

Tanto L_j como S_j apresentam a distribuição Binomial de parâmetros $n=S_j + L_j$ e $p=0,5$. Ao assumir uma aproximação à distribuição Normal para $Z = \sum Z_j$, aceitamos a hipótese de independência, sempre que a variável Z estiver contida no seguinte intervalo:

$$\left] E(Z) - \phi^{-1} \left[1 - \frac{\alpha}{2} \right] \times \sqrt{V(Z)} ; E(Z) + \phi^{-1} \left[1 - \frac{\alpha}{2} \right] \times \sqrt{V(Z)} \right[\quad (2.23)$$

Em que, $\phi^{-1} \left[1 - \frac{\alpha}{2} \right]$ corresponde ao quantil de probabilidade $\frac{(1-\alpha)}{2}$ da distribuição Normal Padrão.

Em que Os dois primeiros momentos da variável aleatória Z_j são possíveis de determinar por:

$E(Z_j) = \frac{n}{2} - \left(\frac{n-1}{m} \right) \frac{n}{2^n}$ e $V(Z_j) = \frac{n(n-1)}{4} - \left(\frac{n-1}{m} \right) \frac{n(n-1)}{2^n} + E(Z_j) - (E(Z_j))^2$, em que m indica o maior inteiro menor ou igual a $(n-1)/2$.

Por sua vez, os montantes da variável aleatória Z serão, sob a hipótese de teste,

$$E(Z) = \sum E(Z_i) \text{ e } V(Z) = \sum V(Z_i)$$

O terceiro e último pressuposto implica que:

$$\frac{C_{i,k+1} - C_{i,k} \hat{f}_k}{\sqrt{C_{i,k}}} \approx \sigma_k$$

Ou seja, os valores obtidos desta forma já não deverão apresentar qualquer relação com $C_{i,k}$

- Verificação do terceiro pressuposto: Através da análise de gráficos com os pares ordenados $(C_{i,k}, \frac{C_{i,k+1} - C_{i,k} \hat{f}_k}{\sqrt{C_{i,k}}})$, para cada ano de desenvolvimento $k, k=0, \dots, n-1$. Caso não se verifique nenhuma tendência nesses resíduos, isto é tiverem comportamento aleatório, o pressuposto é dado como válido.

2.5 *Bootstrap*

O método de *Bootstrap* é, na sua essência, uma técnica de reamostragem, com o objetivo de estimar a variabilidade de um determinado estimador de um parâmetro. Pode-se encontrar esta metodologia a ser aplicada em diferentes áreas de estudo, pois tem provado ser bastante útil e versátil.

É considerado como uma alternativa aos tradicionais métodos estatísticos e também pode ser usado como complemento na análise dos resultados obtidos.

Os procedimentos utilizados na geração de amostras *Bootstrap* podem ser paramétricos ou não-paramétricos. A utilização de métodos paramétricos exige um conhecimento prévio da distribuição de probabilidade dos dados em estudo, com um ou mais parâmetros desconhecidos e, neste caso, a geração das amostras com reposição é feita com base nas estimativas desses parâmetros que, geralmente, são obtidas através da máxima verosimilhança.

Quando se aplica tendo em conta métodos não-paramétricos, o processo de reamostragem tem como hipótese um conjunto de variáveis aleatórias, independentes e identicamente distribuídas, com distribuição de probabilidade desconhecida.

O método de *Bootstrap* é aplicado a um modelo determinístico de estimação de provisões com a finalidade de determinar medidas de variabilidade para as estimativas obtidas.

Este método está descrito em *England e Verral* (1999) e também em *England* (2001).

De acordo com *Davison e Hinkley*, (1997), este método pode apresentar falhas quando aplicado a determinadas situações, tais como:

- Conjunto de dados dependentes: o método de reamostragem não paramétrica tem como hipótese um conjunto de observações independentes e identicamente distribuídas (*iid*). Logo, em caso de dependência, não existe uma forma óbvia de estimar a densidade conjunta das observações, dada uma realização do processo de reamostragem;
- Conjunto de dados incompletos (ou incorretos): se na amostra de dados em estudo faltar informação ou existirem dados com incorreções/aproximações, na aplicação do método esses erros serão propagados e ampliados pelo processo de *Bootstrap*;
- A presença de *outliers*, isto é, valores extremos: é fundamental uma análise cuidada dos dados que servirão de base ao processo de reamostragem. É recomendável a remoção ou correção destas observações, com a finalidade de diminuir a sua influência nos resultados obtidos.

Caso sejam incluídos, é possível aplicar esta metodologia a valores negativos, isto é, reembolsos sob o ponto de vista da Seguradora. Tendo o cuidado que este tipo de informação terá influência sobre os resultados.

No presente relatório, optámos por utilizar esta metodologia, associada ao método determinístico *Chain Ladder*, anteriormente apresentado no capítulo 2.3.

Para uma melhor compreensão, serão expostos todos os passos deste método com recurso ao esquema apresentado a seguir.

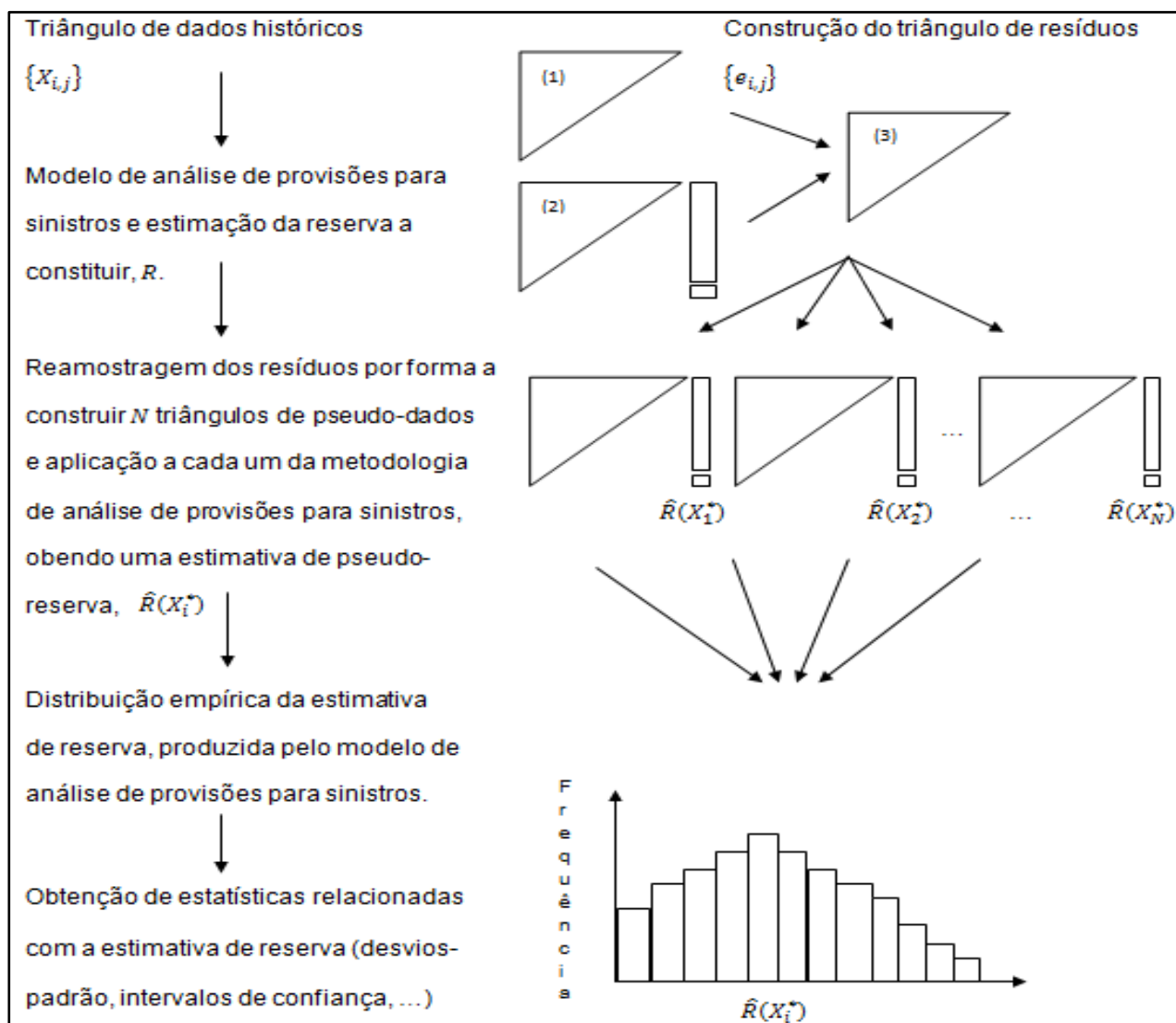


Figura 2.1 - Técnica de *Bootstrap* – Aplicação às Provisões para Sinistros. (Fonte: Pinheiro (1999)).

Fases do método *Bootstrap*

Primeira fase - Preparação dos dados:

- Estimação dos parâmetros do modelo com a aplicação do método *Chain Ladder* à matriz de *run-off* acumulada de montantes pagos (ou seja, triângulo de dados históricos), para determinar os fatores de desenvolvimento (fn), usados na projeção dos pagamentos futuros (triângulo (1) - Figura 2.1)
- Para o cálculo dos dados ajustados, com os fatores de desenvolvimento obtidos no ponto anterior, constrói-se uma nova matriz de montantes pagos, tal como apresentado na

Figura 2.1 (triângulo (2)). Cada entrada da nova matriz, $D_{i,j}$, $i+j=n$ representa os pagamentos cumulativos ajustados para o ano de ocorrência i e de desenvolvimento j , em que $D_{i,j}$ se obtém através de:

$$\text{Pagamento ajustado } (i, j) = \frac{\text{Pagamento ajustado } (i, j+1)}{\text{fator de desenvolvimento } (j+1)} \quad (2.24)$$

Isto é, com base na diagonal principal da matriz de montantes pagos acumulados (matriz de dados conhecidos), divide-se esta pelo fator de desenvolvimento correspondente e assim sucessivamente até completar a parte superior da nova matriz.

- Para o cálculo dos resíduos, após o ajustamento dos dados em estudo, é necessário determinar os resíduos que possibilitam aferir a qualidade do ajustamento e irão constituir a base do processo de reamostragem. Sendo que os resíduos correspondem à diferença entre os montantes pagos e os dados obtidos pela aplicação do método de estimação. Na aplicação do método de *Bootstrap*, os dados devem estar sobre a forma incremental, pelo que os resíduos ($e_{i,j}$), são obtidos através de:

$$\text{Resíduos de Pearson}(i, j) = \frac{X_{i,j} - D_{i,j}}{\sqrt{D_{i,j}}} \quad (2.25)$$

- Antes da aplicação do algoritmo de *Bootstrap*, deverá ser feito um ajustamento nos resíduos de *Pearson*, este ajustamento tem em conta o número de graus de liberdade do conjunto de dados original (dados observados) O ajustamento do grau de liberdade é acompanhado pela multiplicação de cada resíduo pelo seguinte fator:

$$\text{Resíduos de Pearson ajustados } (i, j) = e_{i,j} \times \sqrt{\frac{n}{n-p}}, \quad (2.26)$$

em que n é o número de observações e p é igual 2 vezes o número de anos de ocorrência menos 1.

Segunda fase – Aplicação do método *Bootstrap* e repetição 10.000 vezes

- É neste momento que efetivamente se inicia o ciclo da técnica de *Bootstrap*, com a redistribuição dos resíduos de *Pearson* ajustados, normalizados obtidos no ponto anterior, de forma aleatória, com reposição, de modo a construir uma matriz de *pseudo-dados*. Antes da redistribuição aleatória é também necessário a exclusão dos dois valores das células da matriz que pertencem à diagonal principal, no topo à direita e em baixo à esquerda, que serão sempre valores nulos.

Os elementos da nova matriz (de pseudo dados), $D_{i,j}^{bs}$, são determinados por:

$$D_{i,j}^{bs} = e^{bs}_{i,j} \times \sqrt{D_{i,j}} + D_{i,j}. \quad (2.27)$$

- Seguidamente, voltamos a aplicar o método de *Chain Ladder* sobre esta matriz de pseudo-dados obtida, determinando assim uma estimativa da provisão denominada de pseudo-reserva.

Repetindo este processo (neste estudo 10 mil vezes), acima descrito, obtêm-se várias estimativas de pseudo-reservas, de forma a criar uma distribuição empírica e originar estimativas de intervalos de confiança e erros padrão para as provisões a constituir.

O desvio padrão de cada estimador \hat{R}_i e \hat{R} , é necessário calcular o desvio padrão da amostra das estatísticas simuladas.

$$\hat{\sigma}_{bs}(\hat{R}_i) = \sqrt{\left(\frac{1}{10.000} \times \sum_{a=1}^{10000} \left(\hat{R}_{i(a)}^{bs} - \hat{R}_{i(.)}^{bs}\right)^2\right)}, 0 \leq i \leq n \text{ e } 0 \leq a \leq 10.000 \quad (2.28)$$

e

$$\hat{\sigma}_{bs}(\hat{R}) = \sqrt{\left(\frac{1}{10.000} \times \sum_{a=1}^{10000} \left(\hat{R}_{(a)}^{bs} - \hat{R}_{(.)}^{bs}\right)^2\right)} \quad (2.29)$$

Em que $\hat{R}_{i(.)}^{bs}$ e $\hat{R}_{(.)}^{bs}$, representam a média das 10.000 observações de $\hat{R}_{i(a)}^{bs}$ e $\hat{R}_{(a)}^{bs}$, respetivamente.

- No cálculo do erro padrão, considerou-se a proposta de *England e Verral* (1999)

$$\widehat{EP}_{bs}(\hat{R}_i) = \sqrt{\left(\hat{\phi} \times \hat{R}_i + \frac{n}{n+p} \hat{\sigma}_{bs}^2(\hat{R}_i)\right)} \quad (2.30)$$

$$\widehat{EP}_{bs}(\hat{R}) = \sqrt{\left(\hat{\phi} \times \hat{R} + \frac{n}{n+p} \hat{\sigma}_{bs}^2(\hat{R})\right)}, \text{ com } \hat{\phi} = \frac{1}{n-p} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n e_{i,j}^2, \quad (2.31)$$

em que:

ϕ – representa o parâmetro de dispersão;

n – número de valores observados;

$p=2n-1$, o número de parâmetros a estimar.

3. Métodos de estimação - Aplicação Prática

3.1 Método de *Chain Ladder*

Para aplicação dos métodos anteriormente apresentados, vão ser utilizados dados de uma seguradora real. Para garantir a confidencialidade da mesma, foram efetuadas algumas alterações como por exemplo a multiplicação por um fator de escala.

Na Tabela 3.1, estão presentes os montantes pagos, no ramo automóvel, para sinistros para o tipo de dano material. O período considerado de anos de sinistros ocorridos está entre os anos 2005 e 2014.

Tabela 3.1 – Matriz de Montantes pagos estrutura incremental – Ramo Automóvel – Danos Materiais

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	7.068.409	2.420.814	82.865	86.850	17.357	3.363	13.464	321	105	0
2006	7.900.978	3.092.791	138.961	28.641	25.960	4.754	1.770	333	280	
2007	9.698.913	3.380.221	109.155	65.162	50.604	13.049	1.365	0		
2008	11.203.057	3.824.296	79.412	69.530	29.373	8.257	1.297			
2009	12.493.139	4.140.155	121.298	41.213	4.136	901				
2010	13.776.547	4.450.149	159.200	62.216	24.824					
2011	14.108.525	3.646.203	150.417	18.801						
2012	14.188.919	3.420.426	75.296							
2013	14.378.137	3.884.901								
2014	15.646.614									

Para este ramo, a cauda tem valor nulo, dado que por norma, uma forma de calcular o valor da cauda é considerar o valor da provisão para o ano de ocorrência 2005, que neste caso é zero.

Trata-se de um ramo em que a maior parte dos pagamentos se concentra no primeiro e segundo ano de desenvolvimento (0 e 1) e ao longo dos anos de desenvolvimento verifica-se uma tendência decrescente acentuada. Isto porque os danos materiais, apesar de exigirem vários processos para apuramento de custos e consequências, são processos que não demoram muito tempo a ficar resolutos, exceto raras exceções.

No ano de 2014, a seguradora efetuou pagamentos para este ramo no valor de 19.652.915 u.m, em que 15.646.614 u.m são referentes a sinistros que ocorreram no ano 2014.

Com base nos dados acima expostos e com recurso à equação , $0 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq n-i$

(2.1) foi calculada a matriz de montantes pagos acumulada, Tabela 3.2, necessária para a determinação dos fatores de desenvolvimento, f_k .

Tabela 3.2 – Matriz de Montantes pagos estrutura acumulada – Ramo Automóvel – Danos Materiais

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	7.068.409	9.489.223	9.572.088	9.658.939	9.676.295	9.679.658	9.693.122	9.693.443	9.693.548	9.693.548
2006	7.900.978	10.993.769	11.132.730	11.161.371	11.187.331	11.192.085	11.193.855	11.194.188	11.194.468	
2007	9.698.913	13.079.134	13.188.289	13.253.451	13.304.055	13.317.104	13.318.469	13.318.469		
2008	11.203.057	15.027.353	15.106.765	15.176.295	15.205.668	15.213.925	15.215.222			
2009	12.493.139	16.633.294	16.754.592	16.795.804	16.799.940	16.800.841				
2010	13.776.547	18.226.696	18.385.896	18.448.111	18.472.936					
2011	14.108.525	17.754.728	17.905.145	17.923.946						
2012	14.188.919	17.609.345	17.684.641							
2013	14.378.137	18.263.038								
2014	15.646.614									

Após a construção da matriz acumulada de montantes pagos, são calculados os valores dos fatores de desenvolvimento com recurso às equações (2.3).

Tabela 3.3 – Fatores de desenvolvimento

	Ano de desenvolvimento								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f_k	1,3078	1,0077	1,0037	1,0018	1,0005	1,0004	1,0000	1,0000	1,0000

Tal como observado, na matriz de pagamentos incrementais, os maiores fatores encontram-se nos dois primeiros anos de desenvolvimento e a partir do 4º ano de desenvolvimento os fatores apresentam um valor muito próximo de 1, isto é, não há grandes flutuações do montante de pagamentos.

Seguidamente, multiplicam-se os fatores de desenvolvimento obtidos pela última diagonal da matriz de *run-off* acumulada e assim sucessivamente até preencher o triângulo inferior da matriz de *run-off* de montantes pagos.

No cálculo da reserva necessária em cada ano de ocorrência, subtrai-se ao valor obtido (parte inferior do triângulo) o valor de pagamentos já realizados.

Sendo que o valor de reserva total para sinistros é obtido através da soma de todas as provisões obtidas para cada ano de ocorrência, como demonstrado na fórmula (2.2).

Tabela 3.4 – Matriz incremental com os resultados obtidos para o ramo automóvel – danos materiais

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	7.068.409	2.420.814	82.865	86.850	17.357	3.363	13.464	321	105	0
2006	7.900.978	3.092.791	138.961	28.641	25.960	4.754	1.770	333	280	0
2007	9.698.913	3.380.221	109.155	65.162	50.604	13.049	1.365	0	245	0
2008	11.203.057	3.824.296	79.412	69.530	29.373	8.257	1.297	291	280	0
2009	12.493.139	4.140.155	121.298	41.213	4.136	901	6.086	321	310	0
2010	13.776.547	4.450.149	159.200	62.216	24.824	8.465	6.695	353	341	0
2011	14.108.525	3.646.203	150.417	18.801	32.298	8.228	6.508	343	331	0
2012	14.188.919	3.420.426	75.296	64.540	31.983	8.148	6.444	340	328	0
2013	14.378.137	3.884.901	140.893	67.165	33.284	8.480	6.706	354	341	0
2014	15.646.614	4.815.640	157.859	75.253	37.292	9.501	7.514	397	382	0

No triângulo inferior da matriz da acima encontram-se os valores incrementais obtidos para os anos futuros. Como no 9º ano de desenvolvimento do ano de ocorrência 2005 não foram efetuados pagamentos, de acordo com este método, para os anos de ocorrência seguintes não é estimado valor a pagar no último ano de desenvolvimento considerado (última coluna da matriz). A matriz acumulada dos resultados obtidos está exposta no anexo 7.1.

Tabela 3.5 – Reserva necessária calcula pelo método *Chain Ladder*

Ano Ocorrência	Reserva necessária
2005	0
2006	0
2007	245
2008	571
2009	6 717
2010	15 854
2011	47 709
2012	111 784
2013	257 223
2014	5 103 837
Total	5 543 941

Ao optar por esta metodologia, o valor necessário para fazer face a futuras responsabilidades de sinistros do ramo automóvel, ainda pendentes no ano de 2014, seria de 5.543.941 u.m.

3.2 Método de *Thomas Mack*

Antes da aplicação deste método à matriz de montantes pagos é necessário testar se os pressupostos inerentes ao modelo são verificados.

O primeiro pressuposto, descrito no capítulo 2.4 é verificado através dos gráficos representados no anexo 7.2. Assim, observando os pares ordenados $(C_{i,k}, C_{i,k+1})$ nos diagramas de dispersão, a reta que passa na origem e que têm declive \hat{f}_k , está em todos os gráficos aceitavelmente ajustada aos dados observados.

Logo, podemos assumir que os fatores de desenvolvimento são adequados aos dados em estudo.

Ainda dentro do primeiro pressuposto é necessário verificar a hipótese de inexistência de correlações entre fatores de desenvolvimento que deriva do primeiro teste, através do teste de *Spearman*.

Para tal começou-se por construir a matriz com os fatores de desenvolvimento individuais (também conhecida como matriz de link ratios), apresentada na Tabela 3.6, em que os fatores foram

calculados de acordo com a fórmula $\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{n-k} C_{i,k}}$, $k = 0, \dots, n-1$
(2.5).

Tabela 3.6 – Matriz de fatores individuais de desenvolvimento

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	1,3425	1,0087	1,0091	1,0018	1,0003	1,0014	1,0000	1,0000	1,0000	
2006	1,3914	1,0126	1,0026	1,0023	1,0004	1,0002	1,0000	1,0000		
2007	1,3485	1,0083	1,0049	1,0038	1,0010	1,0001	1,0000			
2008	1,3414	1,0053	1,0046	1,0019	1,0005	1,0001				
2009	1,3314	1,0073	1,0025	1,0002	1,0001					
2010	1,3230	1,0087	1,0034	1,0013						
2011	1,2584	1,0085	1,0011							
2012	1,2411	1,0043								
2013	1,2702									
2014										

No próximo passo, é construída uma nova matriz com os números de ordem atribuídos a cada fator de desenvolvimento individual (por coluna) do valor mais baixo (1) ao mais elevado (≤ 8), tal como referenciado no capítulo 2.4 (Pressupostos do método *Thomas Mack*) e apresentado na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Número de ordem $C_{i,k+1}/C_{i,k} - r_{i,k}$

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005		6	7	3	2	4	3	1	1	
2006		8	3	5	3	3	2	2		
2007		4	6	6	5	2	1			
2008		2	5	4	4	1				
2009		3	2	1	1					
2010		7	4	2						
2011		5	1							
2012		1								
2013										
2014										

Na Tabela 3.8, estão presentes os números de ordem dos fatores precedentes, que são calculados de forma idêntica aos apresentados na tabela anterior.

Tabela 3.8 – Números de ordem $C_{i,k+1} / C_{i,k} - s_{i,k}$

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005		6	5	6	2	1	3	2	1	
2006		8	7	2	4	2	2	1		
2007		7	3	5	5	4	1			
2008		5	1	4	3	3				
2009		4	2	1	1					
2010		3	6	3						
2011		2	4							
2012		1								
2013										
2014										

Para o cálculo dos coeficientes de correlação de *Spearman*, T_k , apresentados na tabela abaixo, é utilizada a fórmula (2.19).

Tabela 3.9 – Coeficientes de correlação de *Spearman*

k	1	2	3	4	5	6	7
T_K	0,4762	-0,0357	0,4286	0,9000	-0,8000	1,0000	-1,0000

Assim, por meio da fórmula (2.20), obtemos o valor final de 0,2665 para a estimativa T , e na hipótese de ausência de correlações, de acordo com a fórmula (2.21), temos que:

$$E(T) = 0 \text{ e } V(T) = 0,0357.$$

O intervalo de confiança a 95% a considerar, tendo em conta,

$$(2.22), \text{ é:}$$

$$[-0,3704 ; 0,3704]$$

A estimativa calculada, T , encontra-se dentro do intervalo obtido, por tal aceitamos a hipótese de não correlação entre os fatores de desenvolvimento.

Para validar a independência entre os diferentes anos de ocorrência são analisados isoladamente os fatores de desenvolvimento, apresentados anteriormente na matriz da Tabela 3.6.

Na tabela seguinte, estão os resultados obtidos com o agrupamento dos fatores em dois conjuntos, L e S, em que o asterisco (*) representa os valores que foram desprezados.

Tabela 3.10 - Conjunto a que pertence $C_{i,k+1}/C_{i,k}$

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	L	L	L	S	*	L	L	S	L	
2006	L	L	*	L	L	L	L	L		
2007	L	S	L	L	L	S	*			
2008	L	S	L	L	L	S				
2009	L	S	S	S	S					
2010	*	L	L	S						
2011	S	L	S							
2012	S	S								
2013	S									
2014										

Após o agrupamento, é contabilizado o número de elementos de cada grupo (L e S) por cada diagonal.

Tabela 3.11 – Momentos das variáveis Z_j e Z

Exercício (k)	S_j	L_j	Z_j	n	m	$E(z_j)$	$V(z_j)$
0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	2	0	2	0	0,5	0,25
2	0	3	0	3	1	0,75	0,19
3	2	1	1	3	1	0,75	0,19
4	1	3	1	4	1	1,25	0,44
5	1	4	1	5	2	1,56	0,38
6	2	5	2	7	3	2,41	0,54
7	4	4	4	8	3	2,91	0,79
8	6	2	2	8	3	2,91	0,79
Total			11			13,04	3,57

Pela Tabela 3.11, verifica-se que o resultado obtido através de $(L_j + S_j)/2$ é sempre superior a Z_j , tal revela uma predominância de fatores elevados ou reduzidos nas diagonais da matriz. Também é possível verificar que a estimativa obtida para Z é de 11, resultado da soma de todos os Z_j . O intervalo de confiança calculado por meio de (2.23), é de:

[9,34 ; 16,74]

A estimativa de Z encontra-se dentro do intervalo obtido, por tal não rejeitamos a hipótese de independência entre os anos de ocorrência.

Para testar o terceiro e último pressuposto, foram construídos gráficos, expostos no anexo 7.3, para os resíduos ponderados (desvios entre os dados observados e os estimados) deste método. Em todos os gráficos, a dispersão dos resíduos ponderados não apresenta nenhuma tendência, isto é, aparentemente são aleatórios, por tal podemos assumir que o pressuposto se verifica.

Os pressupostos associados ao método de *Thomas Mack* verificam-se satisfatoriamente no nosso conjunto de dados utilizados, apesar de muitos autores defenderem que estes pressupostos são bastante restritivos.

Após a análise deste três pressupostos, o passo seguinte é a estimação das provisões e da sua medida variabilidade.

Antes de mais, temos de estimar σ_k^2 , que é feito através da fórmula (2.12) e de (2.13), assim como $EQM(\hat{f}_k)$.

Tabela 3.12 – Estimativas de σ_k^2 e de $EQM(\hat{f}_k)$.

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\hat{\sigma}_k^2$	27.565,94	87,26	79,37	20,34	1,66	4,26	0,00	0,00	0,00
$EQM(\hat{f}_k)$	0,0002630	0,0000007	0,0000008	0,0000002	0,0000000	0,0000001	0,0000000	0,0000000	0,0000000

Assim é possível estimar $E\hat{Q}M(\hat{R}_i)$ e $E\hat{Q}M(\hat{R})$, com as equações (2.11) e (2.14) tendo em conta que $E\hat{Q}M(\hat{C}_{i,n})=E\hat{Q}M(\hat{R}_i)$.

Aplicando o modelo descrito no capítulo 2.4 aos montantes pagos da matriz representada na Tabela 3.1 obtiveram-se os seguintes resultados:

Tabela 3.13 – Resultados da aplicação do modelo de *Thomas Mack*

Ano Ocorrência	Montantes pagos	Reserva estimada	Erro padrão	Erro padrão (%)
2005	9 693 548	0	0	n.a.
2006	11 194 468	0	59	n.a.
2007	13 318 469	245	128	52%
2008	15 215 222	571	257	45%
2009	16 800 842	6 717	7 093	106%
2010	18 472 936	15 854	8 790	55%
2011	17 923 946	47 709	17 506	37%
2012	17 684 641	111 784	34 208	31%
2013	18 263 038	257 223	46 915	18%
2014	15 646 614	5 103 837	519 185	10%
Total	154 213 724	5 543 941	634 141	11%

O erro padrão associado à provisão estimada é de 634.141 u.m. o que representa 11% do valor total da reserva estimada. Como exemplo, foram determinados os intervalos de confiança para um nível de confiança a 95%, obtidos de acordo com a fórmulas

$$(2.16) \text{ e } \left[\hat{R} - \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{E\hat{Q}M(\hat{R})}; \hat{R} + \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \sqrt{E\hat{Q}M(\hat{R})} \right] \quad (2.17).$$

Tabela 3.14 – Intervalo de Confiança 95% - Método *Thomas Mack*

Ano Ocorrência	Reserva estimada	<i>Thomas Mack (95%)</i>	
		Limite inferior	Limite superior
2005	0	0	0
2006	0	0	115
2007	245	0	497
2008	571	67	1 076
2009	6 717	0	20 619
2010	15 854	0	33 082
2011	47 709	13 398	82 020
2012	111 784	44 737	178 831
2013	257 223	165 270	349 176
2014	5 103 837	4 086 254	6 121 420
Total	5 543 941	4 301 047	6 786 834

Outros resultados obtidos pela aplicação do método *Thomas Mack*, são apresentados de uma forma mais detalhada no anexo 7.4.

3.3 Método de *Bootstrap*

Como referido no capítulo 2.5, esta metodologia tem por base a geração de várias repetições da amostra inicial com recurso ao método de *Chain Ladder* (neste caso) através de 10.000 simulações. Para tal, vai ser usada a matriz de montantes pagos acumulada apresentada na Tabela 3.2, e através do método de *Chain Ladder*, determinar os respetivos fatores de desenvolvimento, que neste caso são iguais aos obtidos na Tabela 3.3.

Assim, tendo por base a matriz de montantes pagos acumulados e os respetivos fatores de desenvolvimento, procede-se ao ajustamento dos dados históricos, obtendo assim a matriz de montantes pagos ajustados.

Tabela 3.15 - Matriz de pagamentos ajustada - acumulada

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	7.309.297	9.558.917	9.632.661	9.667.815	9.685.236	9.689.674	9.693.184	9.693.369	9.693.548	9.693.548
2006	8.441.047	11.038.992	11.124.154	11.164.751	11.184.869	11.189.995	11.194.048	11.194.262	11.194.468	
2007	10.042.807	13.133.734	13.235.056	13.283.357	13.307.293	13.313.391	13.318.214	13.318.469		
2008	11.473.276	15.004.465	15.120.219	15.175.400	15.202.745	15.209.712	15.215.222			
2009	12.673.526	16.574.123	16.701.986	16.762.940	16.793.146	16.800.841				
2010	13.941.237	18.232.004	18.372.658	18.439.708	18.472.936					
2011	13.551.298	17.722.052	17.858.771	17.923.946						
2012	13.419.168	17.549.255	17.684.641							
2013	13.964.968	18.263.038								
2014	15.646.614									

O próximo passo, consiste no cálculo dos resíduos de *Pearson*, com os quais é possível construir a matriz da Tabela 3.16.

Tabela 3.16 – Resíduos de *Pearson* não corrigidos

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	-89,10	114,14	33,59	275,72	-0,49	-16,15	168,02	9,97	-5,54	0,00
2006	-185,89	307,01	184,35	-59,34	41,19	-5,18	-35,86	8,13	5,15	
2007	-108,52	164,55	24,61	76,72	172,37	89,01	-49,80	-15,95		
2008	-79,78	155,98	-106,82	61,08	12,26	15,45	-56,76			
2009	-50,67	121,30	-18,36	-79,96	-150,00	-77,45				
2010	-44,11	76,94	49,45	-18,67	-46,10					
2011	151,37	-256,85	37,05	-181,65						
2012	210,13	-349,20	-163,31							
2013	110,56	-199,29								
2014	0,00									

Para proceder á aplicação deste método, é necessário analisar o conjunto de resíduos e verificar se satisfaz a condição de independência.

Com recurso aos gráficos da Figura 3.1 e Figura 3.2, conseguimos validar que os dados não apresentam tendências sistemáticas, por tal confirma-se a independência dos dados.

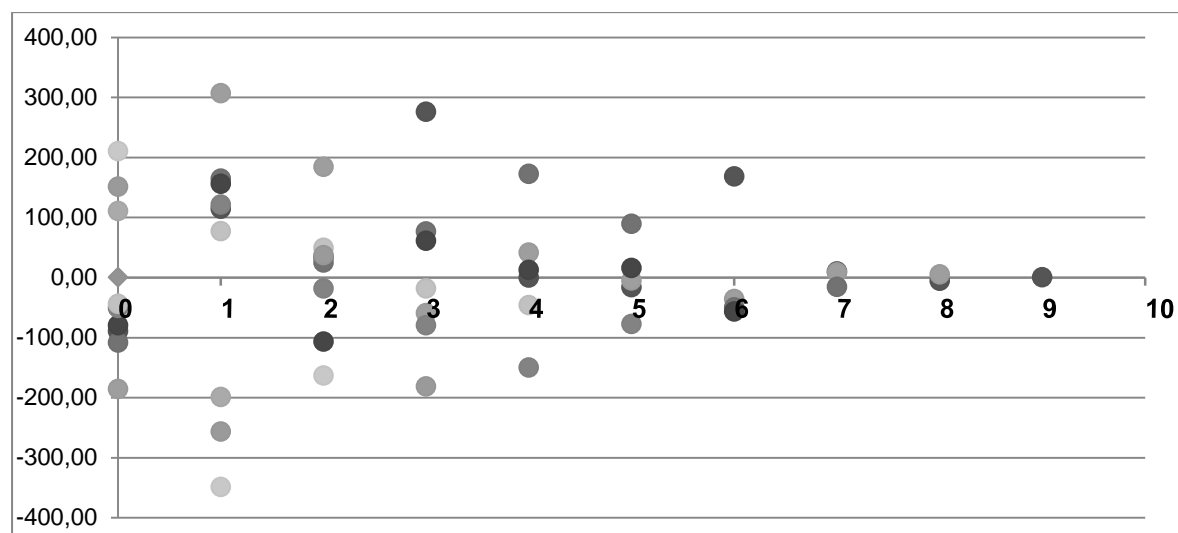


Figura 3.1 - Gráfico de Resíduos por Ano de Desenvolvimento

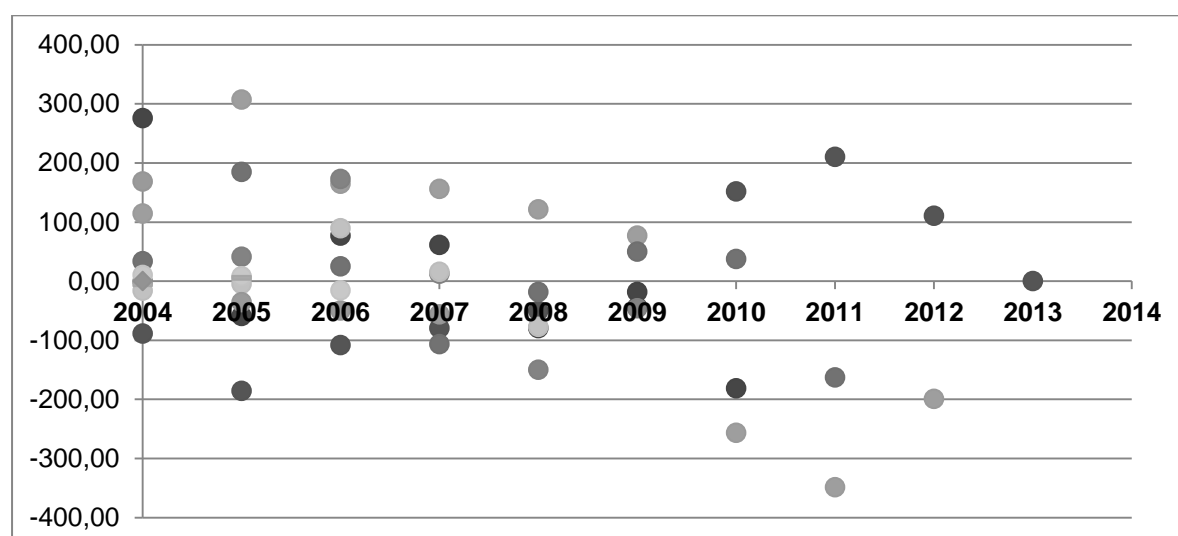


Figura 3.2 - Gráfico de Resíduos por Ano de Ocorrência

Para a reamostragem dos resíduos, vão ser desprezados os valores nulos obtidos ($r_{0,9}$ e $r_{9,0}$) na Tabela 3.16. E com base num processo de extração com reposição, obtemos uma nova amostra de resíduos, para gerarem um conjunto de pseudo-dados.

Tabela 3.17 – Exemplo de uma possível seleção aleatória de Resíduos corrigidos

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	-230	137	341	-99	193	-23	-134	110	-185	341
2006	203	-96	203	228	341	95	30	-55	379	
2007	208	-99	-73	-62	19	137	-246	203		
2008	-70	-132	42	-20	61	10	-132			
2009	-20	95	260	30	95	61				
2010	-225	51	-55	-20	-23					
2011	137	141	10	208						
2012	193	42	-55							
2013	-23	-73								
2014	150									

Com base na seleção aleatória de resíduos obtidos na tabela acima, constrói-se um conjunto de pseudo-dados de montantes pagos, para que seja possível estimar as respectivas provisões.

Tabela 3.18 – Exemplo de uma Matriz de pseudo – dados

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	6.688.115	9.142.706	9.308.997	9.325.663	9.368.531	9.371.457	9.367.020	9.368.703	9.366.404	9.366.404
2006	9.031.960	11.475.608	11.620.123	11.706.633	11.775.091	11.787.005	11.792.995	11.792.411	11.798.066	11.798.066
2007	10.700.935	13.618.503	13.696.477	13.731.251	13.758.142	13.774.912	13.762.628	13.766.127	13.768.310	13.768.310
2008	11.235.657	14.518.745	14.648.624	14.699.117	14.736.570	14.744.375	14.740.085	14.742.026	14.744.364	14.744.364
2009	12.603.325	16.691.753	16.912.489	16.980.952	17.027.687	17.040.744	17.035.592	17.037.835	17.040.537	17.040.537
2010	13.102.902	17.499.117	17.619.323	17.681.268	17.710.358	17.724.298	17.718.939	17.721.272	17.724.082	17.724.082
2011	14.054.368	18.513.240	18.653.675	18.771.868	18.827.987	18.842.807	18.837.109	18.839.590	18.842.577	18.842.577
2012	14.125.417	18.339.879	18.455.205	18.533.926	18.589.333	18.603.965	18.598.340	18.600.789	18.603.739	18.603.739
2013	13.878.727	18.024.733	18.192.548	18.270.148	18.324.768	18.339.191	18.333.646	18.336.060	18.338.968	18.338.968
2014	16.239.655	21.231.161	21.428.829	21.520.233	21.584.569	21.601.558	21.595.027	21.597.870	21.601.296	21.601.296

Tabela 3.19 - Fatores de desenvolvimento da matriz exemplo de pseudo-dados

	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\hat{f}_k	1,30737	1,00931	1,00427	1,00299	1,00079	1,00000	1,00013	1,00016	1,00000	1,00000

Neste projeto são feitas 10 mil repetições, produzindo assim diferentes estimativas de reservas. No fim dessas simulações, obtemos os seguintes resultados.

Tabela 3.20 – Resultados obtidos com a aplicação do método *Bootstrap*

Ano Ocorrência	Reserva estimada	Erro padrão	Erro padrão %
2005	0	0	n.a.
2006	0	160	n.a.
2007	247	237	96%
2008	574	397	69%
2009	6 752	9 733	144%
2010	15 938	12 046	76%
2011	47 960	24 115	50%
2012	112 371	46 770	42%
2013	258 574	64 789	25%
2014	5 130 647	717 522	14%
Total	5 573 063	725 792	13%

Tabela 3.21 – Intervalo de Confiança 95% - Método *Bootstrap*

Ano Ocorrência	Intervalo de confiança (95%)	
	Limite Inferior	Limite Superior
2005	0	0
2006	0	263
2007	0	637
2008	0	1 227
2009	0	22 762
2010	0	35 752
2011	8 295	87 625
2012	35 441	189 300
2013	152 005	365 143
2014	3 950 428	6 310 866
Total	4 379 240	6 766 885

Nas tabelas 3.20 e 3.21, apresenta-se o resumo dos resultados obtidos pela aplicação do método *Bootstrap* a 10000 matrizes de pseudo-dados. O erro padrão neste caso representa 13 % do valor total apurado para reserva, sendo esta última superior a 5,5 milhões de u.m.

3.4 Aplicação da Taxa de Inflação

A título de curiosidade vão ser apresentados os resultados obtidos com a inclusão do fator de inflação passada e inflação futura, de acordo com o novo regime de Solvência II.

Este tipo de procedimento, permite analisar o impacto da inflação quando esta é considerada na matriz de montantes pagos.

À matriz de montantes pagos inicialmente usada, são aplicadas as taxas de inflação passada em Portugal, que foram anteriormente apresentadas no capítulo 1. Em que, a cada ano de pagamento (diagonal) da matriz de montantes pagos é aplicada a taxa de inflação do ano correspondente.

A matriz da tabela abaixo, é a matriz resultante da aplicação da inflação passada, ou seja, os seus valores estão atualizados a preços de 2014.

Tabela 3.22 – Matriz de Montantes pagos estrutura incremental com inflação – Ramo Automóvel – Danos Materiais

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	8 218 724	2 732 795	91 352	93 319	18 819	3 595	13 897	322	105	0
2006	8 919 210	3 409 543	149 311	31 053	27 758	4 907	1 777	333	280	
2007	10 692 238	3 631 979	118 350	69 676	52 229	13 101	1 365	0		
2008	12 037 457	4 146 446	84 913	71 763	29 491	8 257	1 297			
2009	13 545 534	4 426 935	125 193	41 378	4 136	901				
2010	14 730 821	4 593 052	159 836	62 216	24 824					
2011	14 561 578	3 660 788	150 417	18 801						
2012	14 245 674	3 420 426	75 296							
2013	14 378 137	3 884 901								
2014	15.646.614									

Com a aplicação do método de *Chain Ladder*, calculam-se os fatores de desenvolvimento e assim os montantes pagos estimados (parte inferior da matriz de pagamentos).

Tabela 3.23 – Matriz de Montantes pagos estrutura acumulada com inflação – Ramo Automóvel – Danos Materiais

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	8 218 724	2 732 795	91 352	93 319	18 819	3 595	13 897	322	105	0
2006	8 919 210	3 409 543	149 311	31 053	27 758	4 907	1 777	333	282	0
2007	10 692 238	3 631 979	118 350	69 676	52 229	13 101	1 365	0	241	0
2008	12 037 457	4 146 446	84 913	71 763	29 491	8 257	1.306	285	273	0
2009	13 545 534	4 426 935	125 193	41 378	4 136	907	6.191	318	306	0
2010	14 730 821	4 593 052	159 836	62 216	24.998	8.414	6.747	348	333	0
2011	14 561 578	3 660 788	150 417	18.933	31.911	8.000	6.415	330	316	0
2012	14 245 674	3 420 426	75.823	63.573	31.199	7.822	6.273	323	310	0
2013	14 378 137	3.912.095	139.657	66.593	32.682	8.193	6.570	339	325	0
2014	15.756.140	4.846.733	157.652	75.173	36.893	9.249	7.416	382	366	0

A partir da matriz de montantes pagos acumulada e atualizada a preços de 2014 é possível aplicar os métodos anteriormente apresentados no capítulo 2.4 e 2.5.

Tabela 3.24 – Resultados da aplicação dos métodos *Chain Ladder*, *Thomas Mack* e *Bootstrap* com inflação passada.

Ano Ocorrência	Reserva estimada <i>Thomas Mack (Chain Ladder)</i>	Reserva estimada <i>Bootstrap</i>
2005	0	0
2006	0	0
2007	237	238
2008	546	549
2009	6 692	6 728
2010	15 494	15 576
2011	45 960	46 204
2012	106 997	107 565
2013	248 285	249 603
2014	5 042 888	5 069 660
Total	5 467 099	5 496 123

Seguidamente, a cada ano de pagamento estimado (diagonais do triângulo inferior da matriz) é aplicada a inflação futura estimada de 0,7% para 2015 e de 1 % para os restantes 9 anos até regularização dos sinistros.

Tabela 3.25 – Cash flows dos métodos *Chain Ladder*, *Thomas Mack* e *Bootstrap* com aplicação da inflação futura

Ano pagamento	Reserva estimada <i>Thomas Mack (Chain Ladder)</i>	Reserva estimada <i>Bootstrap</i>
2015	5 046 539	5 073 330
2016	268 103	269 526
2017	121 530	122 175
2018	51 507	51 780
2019	16 296	16 383
2020	7 985	8 027
2021	699	703
2022	363	365
2023	0	0
2024	0	0
Total	5 513 021	5 542 289

Com a aplicação da taxa de inflação futura constatamos que as nossas responsabilidades avaliadas de acordo com o Solvência II, resultam em valores superiores aos que resultam dos modelos atuariais aplicados. A estes valores, poderiam ainda ser aplicados valores das taxas de juros, dado que de acordo com a cadência dos pagamentos, a seguradora pode optar por investir os montantes destinados a pagamentos futuros (provisões), enquanto não necessita dos mesmos para cumprir as suas responsabilidades. Este é mais um dos fatores exigidos pelo Solvência II ter em consideração, mas dada a sua complexidade e por norma exigir uma análise conjunta de várias áreas da seguradora, não será analisada neste projeto.

4. Discussão de Resultados

4.1 Comparação de resultados com a reserva contabilística da seguradora

Na análise dos valores obtidos através do método de *Chain Ladder*, estima-se que no final do exercício de 2014, é necessário um valor de reserva de aproximadamente 5,5 milhões de u.m, para regularizar todos os sinistros ocorridos mas ainda pendentes, desde o ano 2005.

Em que, para o ano de ocorrência de 2014 está concentrada a maior necessidade de reserva (5.103.837 u.m). Tal sucede porque os sinistros que ocorreram entre 2005 e 2006 já estão em parte encerrados e os poucos que possam estar abertos não tem já grandes pagamentos associados.

Tabela 4.1 – Reserva estimada com a aplicação do modelo de *Chain Ladder* e reserva contabilística

Ano Ocorrência	Reserva estimada	Provisão disponível da seguradora	Diferença (Res. Est - Prov. seguradora)
2005	0	0	0
2006	0	44	-44
2007	245	13.050	-12.805
2008	571	3.206	-2.635
2009	6 717	57.639	-50.922
2010	15 854	78.124	-62.270
2011	47 709	51.442	-3.733
2012	111 784	65.210	46.573
2013	257 223	204.916	52.307
2014	5 103 837	4.113.325	990.512
Total	5 543 941	4.586.955	-956.982

Na Tabela 4.2, apresentam-se os valores das provisões disponíveis da seguradora para o ramo automóvel para danos materiais (valores contabilísticos).

Da análise da tabela acima indicada, observa-se que a provisão total disponível da seguradora é inferior à reserva estimada, indicando que as provisões contabilísticas constituídas pela seguradora se encontram insuficientes em relação ao método aplicado.

No período de 2005 a 2010, a distribuição dos montantes por ano de ocorrência é significativamente diferente, sendo a provisão da seguradora sempre superior à reserva estimada. Para os anos superiores a 2012, existe uma aparente insuficiência nas reservas da seguradora principalmente no ano de ocorrência de 2014.

Tabela 4.2 – Reserva estimada com a aplicação do modelo de *Thomas Mack* e reserva contabilística

Ano Ocorrência	Reserva contabilística da seguradora	Thomas Mack (95%)	
		Limite inferior	Limite superior
2005	0	0	0
2006	44	0	115
2007	13.050	0	497
2008	3.206	67	1 076
2009	57.639	0	20 619
2010	78.124	0	33 082
2011	51.442	13 398	82 020
2012	65.210	44 737	178 831
2013	204.916	165 270	349 176
2014	4.113.325	4 086 254	6 121 420
Total	4.586.955	4 301 047	6 786 834

Pelo método de *Thomas Mack*, considerando os intervalos de confiança a 95%, verifica-se que entre os anos de ocorrência 2007 a 2010 os valores contabilísticos da seguradora não pertencem ao intervalo de confiança considerado, sendo significativamente maiores que os limites superiores para cada ano. Ou seja, apesar de no total o valor de reserva contabilístico estar enquadrado no intervalo considerado, a forma como está distribuída não está igualmente enquadrada.

Tabela 4.3 – Reserva estimada com a aplicação do modelo de *Bootstrap* e provisão contabilística.

Ano Ocorrência	Provisão contabilística da seguradora	Bootstrap (95%)	
		Limite inferior	Limite superior
2005	0	0	0
2006	44	0	263
2007	13.050	0	637
2008	3.206	0	1 227
2009	57.639	0	22 762
2010	78.124	0	35 752
2011	51.442	8 295	87 625
2012	65.210	35 441	189 300
2013	204.916	152 005	365 143
2014	4.113.325	3 950 428	6 310 866
Total	4.586.955	4 379 240	6 766 885

De acordo com a tabela acima exposta, os valores contabilísticos da seguradora no total encontram-se dentro do intervalo de confiança obtido por meio do método de *Bootstrap*, mas a nível de ano de ocorrência já não é possível afirmar o mesmo.

Ao considerarmos a reserva por ano de ocorrência, para os anos entre 2007 e 2010, a reserva da seguradora esteve sempre acima do limite superior obtido pelo método de *Bootstrap*, logo para esses anos existe um excesso de provisionamento apesar de não ser muito significativo.

Numa análise global, verifica-se que as estimativas obtidas pela aplicação dos métodos *Chain Ladder*, *Thomas Mack* e *Bootstrap*, são superiores às provisões contabilísticas da seguradora para o final do exercício de 2014, em aproximadamente 1 milhão de u.m.

No entanto, a provisão total da seguradora encontra-se entre o limite inferior e o limite superior, obtidos através dos métodos *Thomas Mack* e *Bootstrap*.

Apesar dos resultados obtidos, num contexto de uma seguradora real, existem vários fatores que se deve ter em conta antes de optar por um método, um dos quais se prede com a finalidade da avaliação, isto é, se é para uma análise a nível interno da seguradora ou uma avaliação para uma auditoria externa.

Estes dois tipos de análise carecem de pressupostos diferentes, em que por norma uma análise a nível externo exige a ponderação de fatores externos à seguradora, por exemplo a inflação e taxas de juro. Para além de se optar pelo método que produz resultados mais prudentes, isto é, mais elevados.

No caso de uma estimativa para fins de análise interna, por regra, não são considerados os custos de gestão da empresa e na seleção do método mais adequado elege-se o limite superior de um intervalo de confiança com níveis de significância altos (regularmente 90%).

4.2 Comparação de resultados dos métodos

Na Tabela 4.4 estão expostos os resultados obtidos com os métodos estudados na componente teórica do projeto, capítulo 2.

Tabela 4.4 – Comparação de várias metodologias

Ano Ocorrência	<i>Chain - Ladder</i>	<i>Thomas Mack</i>		<i>Bootstrap</i>	
		Provisão Estimada	Erro padrão	Provisão Estimada	Erro padrão
2005	0	0	0	0	0
2006	0	0	59	0	160
2007	245	245	128	247	237
2008	571	571	257	574	397
2009	6 717	6 717	7 093	6 752	9 733
2010	15 854	15 854	8 790	15 938	12 046
2011	47 709	47 709	17 506	47 960	24 115
2012	111 784	111 784	34 208	112 371	46 770
2013	257 223	257 223	46 915	258 574	64 789
2014	5 103 837	5 103 837	519 185	5 130 647	717 522
Total	5 543 941	5 543 941	634 141	5 573 063	725 792

Recordando o que foi referido no capítulo 2.4, os valores obtidos pelo método *Chain Ladder* são iguais aos valores obtidos para o método *Thomas Mack* (média).

Quando se compara as estimativas dos três métodos, verifica-se que o método *Bootstrap* apresenta valores mais altos que os restantes. Mas numa análise por ano de ocorrência, a distribuição da reserva é muito semelhante e o valor de reserva não é muito díspar entre si. Esta situação deve-se ao facto de se estar a trabalhar em todos os métodos com base no *Chain Ladder*.

Existindo métodos estocásticos, raramente o método *Chain Ladder* será uma das opções do atuário, a não ser por falta de meios (*softwares*) que permitam o cálculo da provisão por outras metodologias. Ainda antes de optar por uma das metodologias, deve-se averiguar a existência de algum sinistro atípico (por exemplo sinistros grandes de valor superior a 500mil u.m.), tentar perceber a distribuição da provisão contabilística da seguradora, a velocidade de regularização dos sinistros, o padrão de pagamentos e outros.

Para além disso, deve-se ter em consideração que a alocação excessiva de valor para provisões leva a que haja menos valor para investimento.

Numa vertente mais conservadora, seria adequado por parte do atuário optar pelo método *Bootstrap*, até porque não difere significativamente do método *Thomas Mack* e para anos anteriores a 2014 tem um pouco mais valor de reserva.

4.3 Comparação de resultados sem e com inflação

Os resultados da aplicação dos métodos *Thomas Mack* (*Chain Ladder*) e *Bootstrap* com o fator de inflação estão expostos na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Comparação de várias metodologias sem e com inflação

Ano Ocorrência	Sem inflação		Com inflação	
	<i>Thomas Mack</i>	<i>Bootstrap</i>	<i>Thomas Mack</i>	<i>Bootstrap</i>
2005	0	0	0	0
2006	0	0	0	0
2007	245	247	237	238
2008	571	574	546	549
2009	6 717	6 752	6 692	6 728
2010	15 854	15 938	15 494	15 576
2011	47 709	47 960	45 960	46 204
2012	111 784	112 371	106 997	107 565
2013	257 223	258 574	248 285	249 603
2014	5 103 837	5 130 647	5 042 888	5 069 660
Total	5 543 941	5 573 063	5 467 099	5 496 123

Numa primeira análise, poderia ser de esperar encontrar valores mais elevados, já que foi aplicado o fator de inflação, mas nos anos considerados apesar das pequenas variações da inflação existe um

período de deflação em 2007. Por tal, é normal que os valores de reserva estimados com a inflação sejam inferiores aos valores estimados sem a inflação.

A diferença entre estimar com ou sem inflação é de aproximadamente 14%, em ambos os métodos, o demonstra que a inflação é um fator extremamente importante e que deve de ser considerado.

5. Conclusões

a ser cada vez mais importante a imposição de um regime que permita as seguradoras um maior acompanhamento pelas autoridades de supervisão e uma maior capacidade de gestão de reserva para salvaguardar eventuais perdas.

Sabendo que as provisões para sinistros são, de todas as provisões técnicas do ramo não vida, as que têm maior influência nas contas da seguradora, foram as selecionadas para trabalhar este estudo. O mesmo se aplica à preferência por um exemplo numérico do ramo automóvel, dado que é o que apresenta maior dimensão no ramo não vida, em Portugal.

Como referido na introdução, um dos principais objetivos deste relatório prende-se com os conceitos do ramo não vida e principalmente com a análise e aplicação de alguns dos métodos para o cálculo da reserva a constituir para sinistros. Por tal, optou-se por três dos métodos mais conhecidos, o determinístico *Chain Ladder* e os estocásticos *Thomas Mack* e *Bootstrap*.

A aplicação destes métodos neste projeto, tem como principal intuito facultar uma perspetiva prática da utilização de cada um num contexto semelhante ao real numa seguradora. Como tal, foi utilizada informação referente ao ramo automóvel danos materiais, sendo estes dados baseados em valores de uma seguradora real.

Na seleção de um método, existem vários fatores a considerar, assim como o horizonte temporal, a celeridade da regularização dos sinistros (que varia bastante de acordo com o ramo em estudo), a inflação, a dimensão do ramo, a existência de sinistros atípicos entre muitos outros. Contudo, todos os métodos podem ser aplicáveis aos dados em estudo, desde que as hipóteses inerentes a cada um sejam previamente validadas.

A finalidade da análise é um dos fatores que condiciona a seleção do método, pois existem avaliações que são realizadas para análise interna da seguradora e outras para realizadas para auditoria externa. Estas últimas por norma são condicionadas e exigem a inclusão e cálculo de vários parâmetros.

Com a implementação do novo regime Solvência II, no que diz respeito às provisões para sinistros, a principal alteração em comparação com o anterior regime (Solvência I), está na consideração de alguns fatores como a taxa de juro nos *cash flows* obtidos.

Quando se trata de uma análise interna, fatores como os custos de gestão e a inflação são desconsiderados, o que faz com que as análises e resultados sejam diferentes entre si e exijam pressupostos distintos.

Este tipo de diferenças não foram aprofundadas neste projeto, por isso aconselha-se a leitura de documentação relacionada com o Solvência II para um maior entendimento da estrutura da avaliação que é exigida para auditoria externa (ASF e outros a nível europeu).

Verificou-se que, na comparação dos diversos métodos, não há valores muito díspares entre si em relação à reserva estimada e também em relação à distribuição dos mesmos. Tal não é de estranhar, dado que a base é a mesma para todos, o *Chain Ladder*.

6. Bibliografia

Borginho, H. M. M. (2001). *Metodologias Estocásticas de Estimação de Provisões para Sinistros: Relatório de Estágio Curricular*, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

Borginho, H. M. M. (2003). *Provisões para Sinistros Não Vida - Metodologias de Estimação*, Departamento de Análise de Riscos e Solvência do ISP.

Carvalho, Ana. (2010), *Modelos Estocásticos em Provisões para Sinistros*, Tese de Mestrado, Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa.

Davison, A. C. e Hinkley, D. N. (1997), *Bootstrap Methods and their Application*, Cambridge University Press.

England, P.e Verrall, R. (1999), *Analytic and Bootstrap Estimates of Prediction Errors in Claims Reserving*, Insurance: Mathematics and Economics, Vol. 25, (pp. 281 - 293).

Mack, T. (1999), *The Standard Error of Chain-Ladder Reserve Estimates*, ASTIN Bulletin, Vol. 29 Nº 2 (pp. 361 - 366).

Mack, T. (1993), *Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain-Ladder Estimates*, ASTIN Bulletin, Vol. 23 Nº 2 (pp. 215 – 225).

Mack, T. (1991), *A Simple Parametric Model for Rating Automobile Insurance or Estimating IBNR Claims Reserves*, Astin Bulletin, Vol. 21, (pp. 93 - 109).

Pinheiro, P. J. (1999), *Análise Actuarial de Provisões para Sinistros – Uma Aplicação do Método Bootstrap*, Tese de Mestrado ISEG-UTL

Pinheiro, P. J., Silva, J. M. E Centeno, M. L. (2000), *Bootstrap Methodology in Claims Reserving*, Cemapre ISEG-UTL

Portugal, L. (2007), *Gestão de Seguros Não-Vida*, Instituto de Formação Actuarial.

Taylor, G. C. (2000). *Loss Reserving - An Actuarial Perspective*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Verrall, R. J. (2000), *An Investigation into Stochastic Claims Reserving Models and Chain Ladder Technique*, Insurance: Mathematics and Economics 10, (pp 75 - 80)

Verrall, R. J. (1990), *Bayes and Empirical Bayes estimations for the Chain Ladder Model*, Austin: Bulletin 20, (pp 217 - 243)

Zehnwirth, B. (1989). *The Chain Ladder Technique - A Stochastic Model, Claims Reserving Manual* (Vol. 2): The Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.

Sites Consultados:

Actuarial Standard Board– www.actuarialstandardsboard.org

Associação Portuguesa de Seguradores (APS) – www.apseguradores.pt/Site/Home.jsf

Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões - www.asf.com.pt

Banco de Portugal - www.bportugal.pt

European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA) – www.eiopa.europa.eu

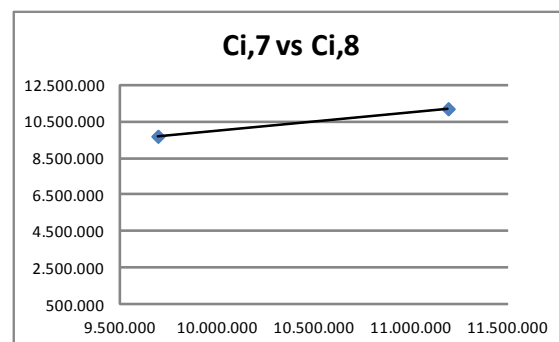
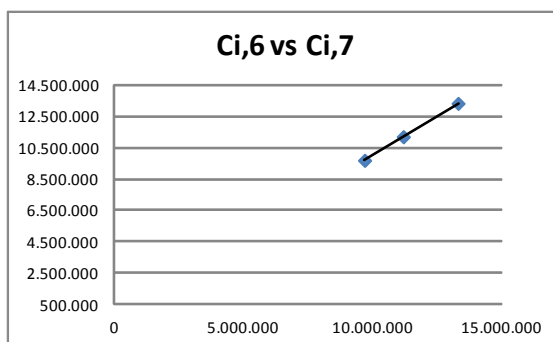
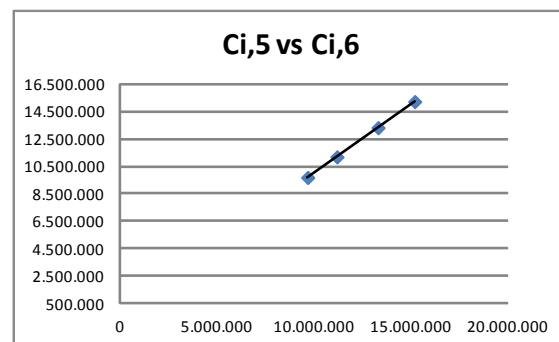
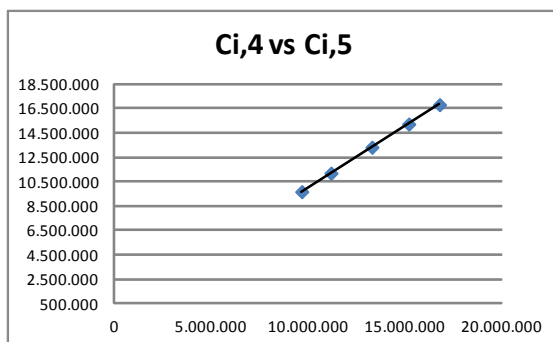
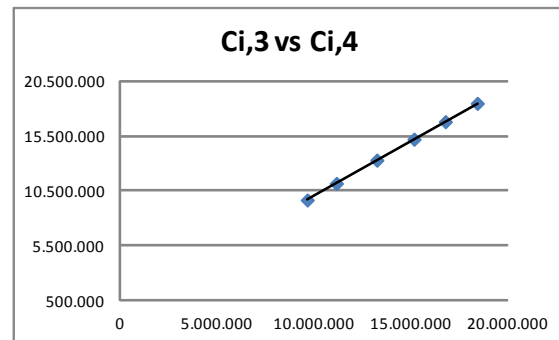
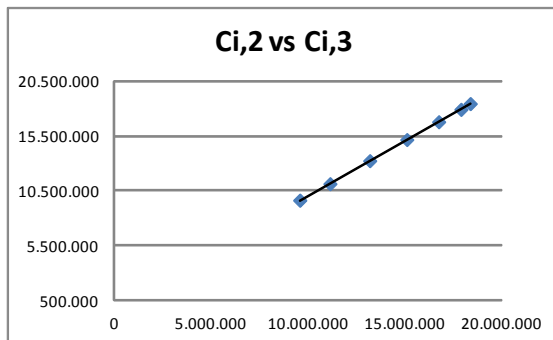
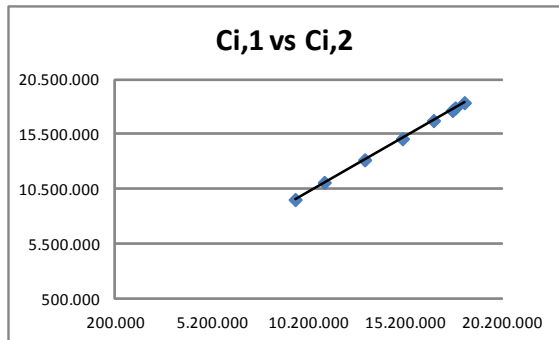
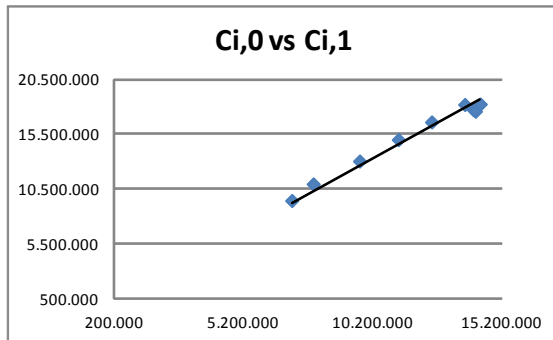
International Actuarial Association (IAA) – www.actuaries.org

7. Anexos

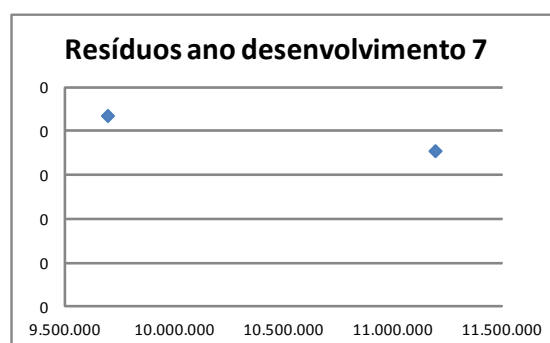
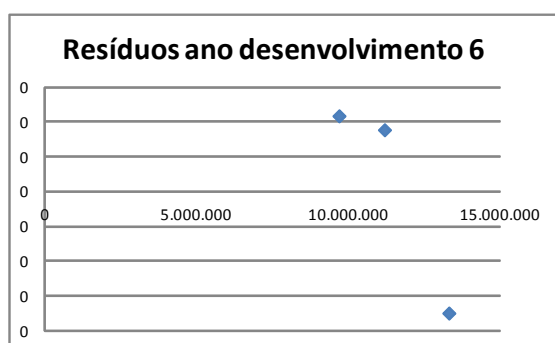
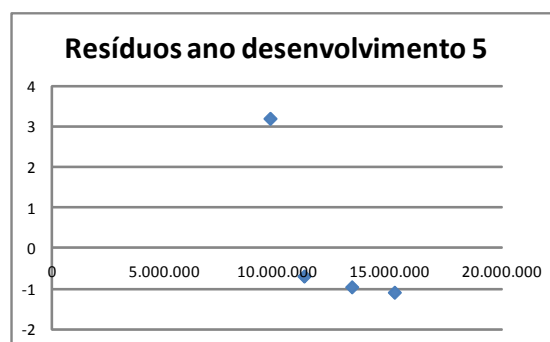
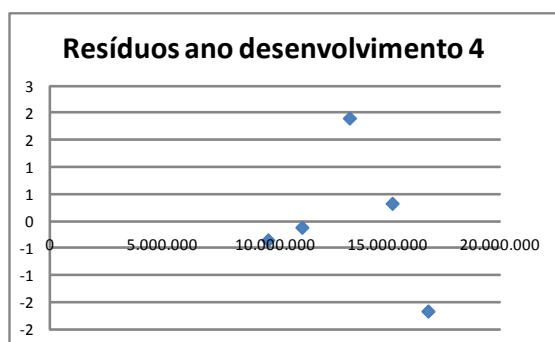
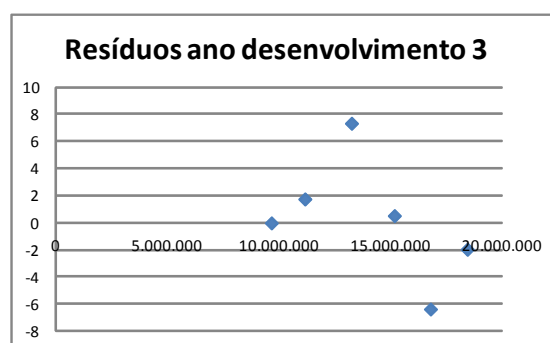
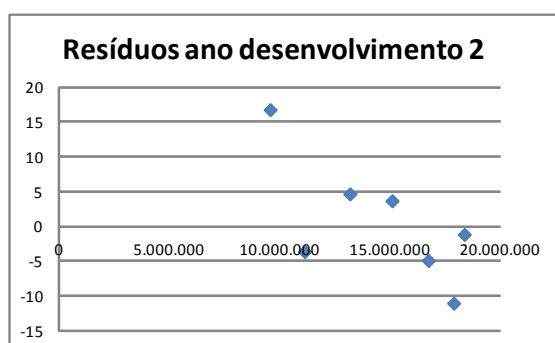
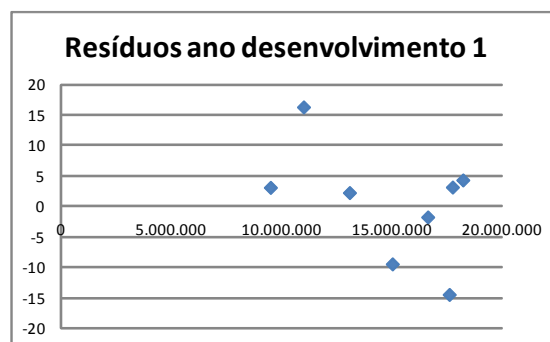
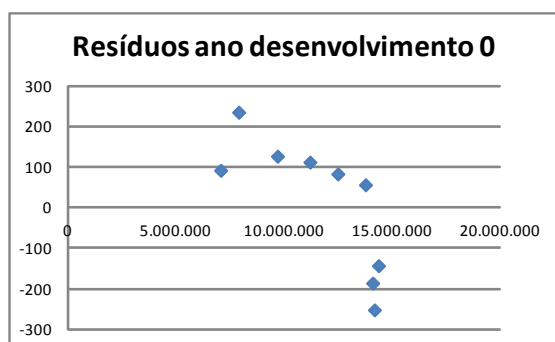
7.1 Matriz de montantes pagos ramo automóvel - acumulada

Ano Ocorrência	Ano de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2005	7 068 409	9 489 223	9 572 088	9 658 939	9 676 295	9 679 658	9 693 122	9 693 443	9 693 548	9 693 548
2006	7 900 978	10 993 769	11 132 730	11 161 371	11 187 331	11 192 085	11 193 855	11 194 188	11 194 468	11 194 468
2007	9 698 913	13 079 134	13 188 289	13 253 451	13 304 055	13 317 104	13 318 469	13 318 469	13 318 714	13 318 714
2008	11 203 057	15 027 353	15 106 765	15 176 295	15 205 668	15 213 925	15 215 222	15 215 512	15 215 793	15 215 793
2009	12 493 139	16 633 294	16 754 592	16 795 804	16 799 940	16 800 841	16 806 927	16 807 249	16 807 558	16 807 558
2010	13 776 547	18 226 696	18 385 896	18 448 111	18 472 936	18 481 401	18 488 096	18 488 449	18 488 789	18 488 789
2011	14 108 525	17 754 728	17 905 145	17 923 946	17 956 244	17 964 472	17 970 980	17 971 323	17 971 654	17 971 654
2012	14 188 919	17 609 345	17 684 641	17 749 181	17 781 164	17 789 312	17 795 756	17 796 096	17 796 424	17 796 424
2013	14 378 137	18 263 038	18 403 931	18 471 096	18 504 380	18 512 859	18 519 566	18 519 920	18 520 261	18 520 261
2014	15 646 614	20 462 254	20 620 113	20 695 365	20 732 657	20 742 158	20 749 672	20 750 068	20 750 450	20 750 450

7.2 Ajustamento dos dados aos fatores de desenvolvimento



7.3 Resíduos ponderados – 3º pressuposto do método de *Thomas Mack*



7.4 Resultados finais –Fatores de desenvolvimento e respetivo erro padrão, obtido com base no método de *Thomas Mack*

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_k	1,95874	1,32293	1,21706	1,15661	1,12101	1,09417	1,07479	1,05862	1,04692	1,03895
Erro Padrão	0,01386	0,00557	0,00316	0,00177	0,00133	0,00018	0,00102	0,00065	0,00048	0,00295